

**ЗАДАЦИ ЗА ОБРАДУ ПОДАТАКА
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ
30.04.2026. год.**

ЗАДАТАК - 100 поена

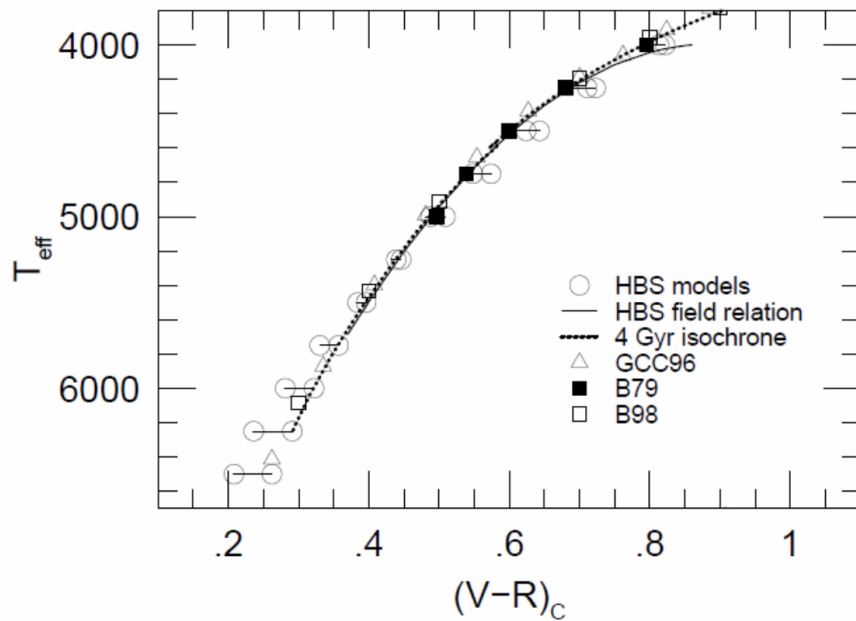
1. Ти си тренутно научник/ца на Астрономској опсерваторији у Београду. Твој тим се бави истраживањем променљивих звезда. Посматрачка екипа је пронашла нову променљиву звезду која припада класи цефеида. Твој задатак је да, на основу доступних података, детаљно испиташ њене физичке карактеристике и природу пулсација.

На располагању су ти фотометријски подаци, као и мерења радијалних брзина (Табела 1), што омогућава комбиновање информација о променама сјаја и динамици атмосфере звезде. Познат ти је такође период пулсирања ове звезде $P = 39,294$ дана.

За одређивање ефективне температуре и болометријске корекције ($BC = m_{\text{bol}} - m_V$) у различитим фазама пулсације користи се референтни дијаграм температура–боја (Слика 1) и табеларне вредности (Табела 2).

Комбинацијом фотометријских и спектроскопских података за ову звезду, као и сунчеве луминозности $L_{\odot} = 3,96 \times 10^{26} \text{ Js}^{-1}$ и његове апсолутне болометријске магнитуде $M_{\text{bol}} = 4,72$ потребно је реконструисати промене радијуса, температуре и луминозности током једног циклуса пулсације. Не користите релацију период-луминозност.

- (а) Нацртати криву сјаја на основу података из Табеле 1, у опсегу фаза од 0,6 до 1.
- (б) Нацртати криву радијалне брзине у функцији фазе, на основу података из Табеле 1, у опсегу фаза од 0,6 до 1.
- (в) Изабрати интервал фазе у коме је убрзање ширења звезде приближно константно, а промене сјаја што израженије. За изабрани интервал одредити промену полупречника ΔR , а затим на основу тога проценити полупречник звезде у фази $t_1 \simeq 0,77$. Јасно навести избор интервала и све коришћене апроксимације.
- (г) Одредити растојање до ове пулсирајуће звезде користећи посматрачке податке, као и додатне податке из Табеле 2 и Сlike 1. Занемарити међузвездану екстинкцију у правцу звезде.



Слика 1: Зависност између индекса боје $V - R$ и ефективне температуре.

V маг		$V - R$		Радијална брзина	
Фаза	V	Фаза	$V - R$	Фаза	V_r (km/s)
0.51	13.36	0.57	0.85	0.49	270
0.54	13.41	0.60	0.87	0.51	270
0.54	13.45	0.60	0.88	0.54	272
0.56	13.46	0.62	0.87	0.54	273
0.59	13.53	0.64	0.90	0.56	274
0.59	13.52	0.64	0.90	0.59	274
0.61	13.55	0.66	0.88	0.59	274
0.64	13.60	0.68	0.91	0.59	274
0.64	13.62	0.69	0.90	0.62	274
0.72	13.68	0.76	0.88	0.64	274
0.74	13.61	0.78	0.82	0.67	276
0.77	13.45	0.80	0.79	0.67	274
0.79	13.18	0.82	0.70	0.69	274
0.80	13.12	0.82	0.70	0.71	274
0.80	13.07	0.82	0.68	0.72	276
0.82	12.80	0.84	0.60	0.74	278
0.82	12.78	0.84	0.59	0.77	271
0.82	12.73	0.84	0.58	0.77	264
0.84	12.57	0.86	0.53	0.79	253
0.85	12.54	0.86	0.51	0.80	259
0.85	12.53	0.87	0.52	0.82	242
0.87	12.48	0.88	0.51	0.85	230
0.87	12.47	0.89	0.51	0.87	228
0.89	12.49	0.90	0.55	0.90	224
0.90	12.51	0.91	0.53	0.92	224
0.92	12.51	0.93	0.56	0.95	228

Табела 1: Различите посматрачке величине за променљиву звезду

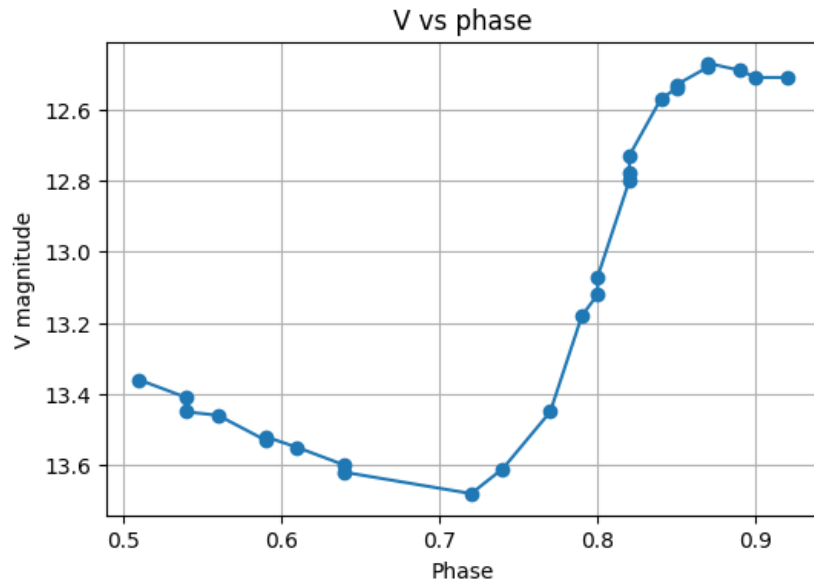
T_{eff} (K)	BC (mag)
9600	-0.25
9400	-0.16
9150	-0.10
8900	-0.03
8400	0.05
8000	0.09
7300	0.13
7100	0.11
6500	0.08
6150	0.03
5950	0.00
5800	-0.05
5500	-0.13
5250	-0.22
5050	-0.29
4950	-0.35
4850	-0.42
4700	-0.57
4600	-0.75
4400	-1.17
3900	-1.25
3750	-1.40
3550	-1.60
3400	-2.00

Табела 2: Болметријска корекција у функцији ефективне температуре

Решења обрада података

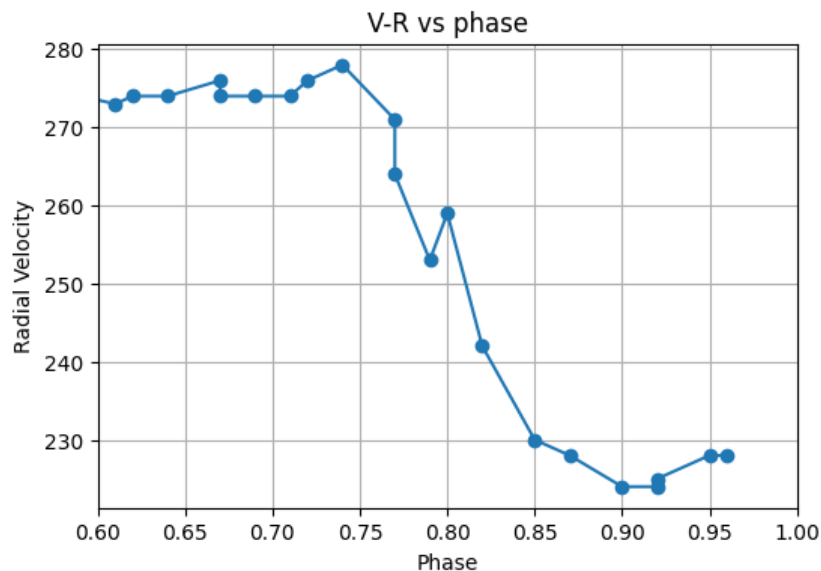
(а) [10 п] Конструкција криве сјаја

На основу фотометријских података конструисана је крива сјаја звезде током траженог интервала пулсације.



Слика 2: Крва сјаја у V опсегу као функција фазе пулсације.

(б) [10 п] Радијална брзина као функција фазе



Слика 3: Радијална брзина звезде као функција фазе пулсације.

(в) Прво ћемо анализирати зависност радијалне брзине од фазе пулсације.

Треба изабрати фазе у којима је убрзање ширења атмосфере приближно константно, као и када су разлике у магнитуди довољно изражене. Разматрају се два тренутка t_1 и t_2 , приближно означена на слици 4. [избор тачака 10 п]

На основу Штефан-Болцмановог закона луминозност звезде је:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

где су R полупречник звезде, σ Штефан—Болцманова константа, а T ефективна температура звезде. Флукс звезде на удаљености d је:

$$F = \frac{\sigma R^2 T^4}{d^2}$$

Изразићемо флукс звезде у тренуцима t_1 и t_2 .

У тренутку t_1 :

$$F_1 = \frac{\sigma R_1^2 T_1^4}{d^2}$$

У тренутку t_2 :

$$F_2 = \frac{\sigma R_2^2 T_2^4}{d^2}$$

[извођење болометријског флукса у t_1 и t_2 5 поена]

Сада ћемо искористити Сунце као објекат чија нам је луминозност позната и са којим можемо поредити фотометријске величине променљиве звезде. Сунчев болометријски флукс на удаљености од 10 pc, који одговара Сунчевој апсолутној болометријској магнитуди, износи:

$$F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi(10 \text{ pc})^2} = \frac{3.96 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3.14 \cdot 100 \cdot (3.086)^2 \cdot 10^{32}} = 3.31 \cdot 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

[5 п]

Из Погсоновог закона:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

Користећи Сунце као референцу, посматрани болометријски флукс звезде је:

$$F = F_{\odot} \cdot 10^{-\frac{m_{\text{bol}} - M_{\odot}^{\text{bol}}}{2.5}}$$

Однос флуксева променљиве звезде у тренуцима t_1 и t_2 :

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad (2)$$

За промену радијуса звезде од тренутка t_1 до t_2 важи:

$$R_2 = R_1 + \Delta R \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{\Delta R}{R_1}$$

[5 п]

Однос флуkseва променљиве звезде у тренуцима:

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \left(1 + \frac{\Delta R}{R_1}\right)^2 \quad (2)$$

Из Погсонове релације:

$$R_1 = \frac{\Delta R}{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{m_2 - m_1}{5}} - 1}$$

[5 п]

Одређивање ΔR из радијалних брзина [15 поена]

За одређивање ΔR користи се крива радијалне брзине. Бирају се два тренутка t_1 и t_2 у којима се може претпоставити приближно линеарно ширење:

$$\Delta R = (v_2 + v_1) \frac{\Delta\varphi P}{2}$$

где је P период пулсације, а $\Delta\varphi$ разлика фаза.

Бирамо:

$$t_1 = 0.77, \quad t_2 = 0.85$$
$$v(t_1) = 271 \text{ km/s}, \quad v(t_2) = 230 \text{ km/s}$$

Тада је:

$$\Delta R = (230000 + 271000)(0.85 - 0.77) \cdot 39.294 \cdot 86400/2 = 6,8 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Температуре и магнитуде [15 поена]

Да бисмо израчунали радијус звезде у неком тренутку, из Погсоновог закона у поређењу са Сунцем, потребна нам је болометријска магнитуда звезде. Болометријску магнитуду добијамо као $m_{\text{bol}} = m_V + BC$ из података које имамо:

$$V_1 = 13.45, \quad V_2 = 12.54$$
$$(V - R)_1 = 0.85, \quad (V - R)_2 = 0.53$$

Са Сликe 1:

$$T_1 = 4000 \text{ K}, \quad T_2 = 4750 \text{ K}$$

Из Табеле 2:

$$\begin{aligned} BC_1 &= -1.23, & BC_2 &= -0.52 \\ m_{\text{bol}}(t_1) &= 13.45 - 1.23 = 12.22 \\ m_{\text{bol}}(t_2) &= 12.54 - 0.52 = 12.02 \end{aligned}$$

Радијус R_1 [10 поена]

$$\begin{aligned} F_1 &= 3.31 \cdot 10^{-13} \text{ W/m}^2 \\ R_1 &= \frac{\Delta R}{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{m_2 - m_1}{5}} - 1} = 3,05 \cdot 10^{11} \text{ m} \end{aligned}$$

(г) Растојање [10 поена]

$$d = \sqrt{\frac{\sigma R_1^2 \cdot T_1^4}{F_1}} = 1.64 \cdot 10^{20} \text{ m} = 64,85 \text{ kpc}$$

1 Бодовање

(а, б) Укупно **10 поена**: Негативни поени за график, између осталог:

- Без наслова **-0.5 п.**
- Лоша размера **-0.5 п.** (график заузима мање од половине простора папира)
- Недостају јединице **-0.5 п.**
- бројне вредности обележене на осе **-0.5 п.**
- погрешно унешене тачке **-0.4 п.** за сваку погрешну тачку

(в) За тачку t_1 се прихватају вредности: 0.74, 0.77 (**5 п.**)

За тачку t_2 се прихватају вредности: 0.85, 0.87, 0.90, 0.92 (**5 п.**)

(г)