The Society of Astronomers of Serbia

Друштво астронома Србије

Друштво астронома Србије
Волгина 7, 11060 Београд
http://www.das.org.rs

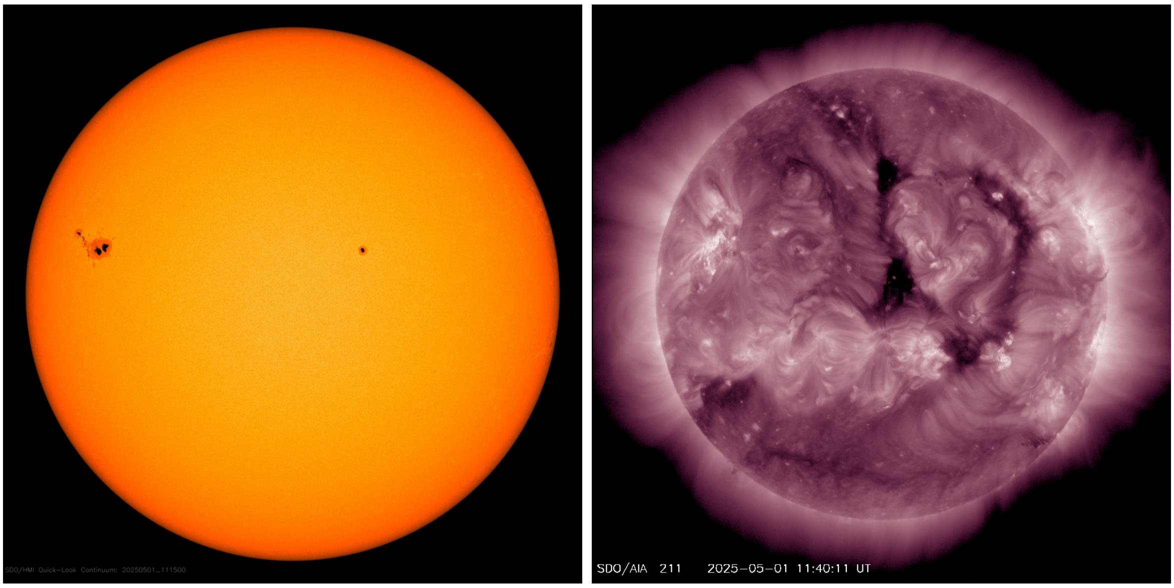
ЗАДАЦИ ЗА ТЕОРИЈСКИ ДЕО ЗА РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ
3-4. мај 2025. године

Задаци (укупно 100 поена)

1. Површина Сунца (такозвана фотосфера) има температуру око 6000 K. Сунчева корона (највиши слој Сунчеве атмосфере, ниске густине) има температуру око 2 милиона K. Под препоставком да и Сунчева површина и Сунчева корона зраче као апсолутно црно тело, упоредити сјај површине и короне на таласним дужинама 500 nm (видљиво зрачење) и 20 nm (ултраљубичасто). **(5 поена)**

   Густина зрачења апсолутног црног тела је дата са: $u(\lambda) = \frac{8\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$, где је h Планкова константа, k Болцманова константа, c брзина светлости, λ таласна дужина.

   Требало би да сте добили да корона више зрачи и у видљивом и у ултраљубичастом делу спектра. Слике Сунца недвосмислено показују да корону видимо само на ултраљубичастим таласним дужинама (слика 1). Објаснити овај феномен. **(5 поена)**



Слика 1: Слика Сунца у видљивом (лево) и ултраљубичастом (десно) делу спектра.

2. Стара планетарна маглина са белим патуљком у свом средишту налази се на растојању од 50 парсека од Земље. Тачно у истом правцу, али иза маглине, налази се још један бели патуљак идентичан оном првом, али на растојању од 150 парсека од Земље. Сматрати да оба бела патуљка имају апсолутну болометријску величину једнаку 14,2 и индексе боје $(\mathrm{B}-\mathrm{V})_0 = 0,300$ и $(\mathrm{U}-\mathrm{V})_0 = 0,330$. Постоји и међузвездана екстинкција као и екстинкција унутар планетарне маглине. Када меримо индекс боје ближег белог патуљка (оног у средишту маглине), налазимо вредности $(\mathrm{B}-\mathrm{V})_1 = 0,327$ и $(\mathrm{U}-\mathrm{B})_1 = 0,038$. У правцу ка овим белим патуљцима, међузвездана екстинкција по јединици растојања износи за $\mathrm{U} = 1,50$, за $\mathrm{B} = 1,23$ и за $\mathrm{V} = 1,00$ (јединица је звездана величина по килопарсеку). Израчунај колики би били измерени индекси боје за даљег патуљка. **(20 поена)**

3. Размотри супернову типа Ia у удаљеној галаксији чија је луминозност у максимуму сјаја $5,8 \cdot 10^9\ \mathrm{L}_\odot$. Претпостави да си, посматрањем ове супернове телескопом, нашао/ла да је однос њеног сјаја и сјаја Веге $1,6 \cdot 10^{-7}$. Колико је удаљена ова галаксија (у парсецима)? Уколико црвени помак галаксије у којој је супернова експлодирала износи $z = 0,05$, израчунај Хаблово време. **(20 поена)**

4. Збијено звездано јато М13 ($\alpha = 16^h 41^m 41,5^s$, $\delta = 36°27'39''$) које је удаљено од нас 6,8 kpc посматра се из Напуља ($\varphi = 40°51'12''$). Да ли се М13 може посматрати током целе године (доказати)? Одредите најповољнији тренутак за посматрање овог објекта - приближно доба године, висину изнад хоризонта и звездано време. При одређивању критеријума узети у обзир координате Сунца као и висину објекта изнад хоризонта. Занемарити утицај рефракције. **(20 поена)**

5. У сочивастој галаксији NGC 6027 ($\alpha_1 = 15^h 59^m 13^s$, $\delta_1 = 20°45'48''$) посматрали смо Нα спектралну линију на таласној дужини од $\lambda = 666\,\mathrm{nm}$. Маса спиралне галаксије NGC 6902 ($\alpha_2 = 20^h 24^m 28^s$, $\delta_2 = -43°39'12''$) је око $7 \cdot 10^{11}\, M_\odot$, њен полупречник је $54\,\mathrm{kpc}$ и њена привидна магнитуда је $11,82^m$. Израчунајте физичку удаљеност између галаксија. Лабораторијска таласна дужина за Нα линију је $\lambda_0 = 656,3\,\mathrm{nm}$.

   Савет: Можда ће вам бити корисна Тали-Фишерова релација.

$$\frac{L}{4 \cdot 10^{10} \mathrm{L}_\odot} \approx \left(\frac{V_{max}}{200\,\mathrm{km/s}} \right)^4$$

   (30 поена)

Константе, астрономски подаци и корисне формуле

Јединице		
1 радијан (rad)	$\approx 57,296^\circ \approx 206\,265''$	
1 лучна секунда ($''$)	$\approx 4,848 \times 10^{-6}$ rad	
1 астрономска јединица (aj)	$1,5 \times 10^{11}$ m	
1 парсек (pc)	$206\,265$ aj $= 3 \times 10^{16}$ m	
призвод парсека и лучне секунде (1 pc$''$)	$4,74$ km s^{-1}	
Константе		
гравитациона константа (G)	$6,67 \times 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2}	
Планкова константа (h)	$6,62 \times 10^{-34}$ J s	
Болцманова константа (k_B)	$1,38 \times 10^{-23}$ J K^{-1}	
Штефан-Болцманова константа (σ)	$5,67 \times 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}	
Ридбергова константа (R_∞)	$10973731,568539(55)$ m^{-1}	
Хаблова константа (H_0)	70 km s^{-1}Mpc^{-1}	
брзина светлости (c)	$299\,792\,458$ m s^{-1}	
Астрономски подаци		
маса ($M_\oplus$)	$5,97 \times 10^{24}$ kg	**Земља**
полупречник (екваторски) ($R_\oplus$)	$6,378 \times 10^6$ m	
нагиб еклиптике према екватору (ε)	$23^\circ\,26'$	
тропска година	$365,2422$ средња Сунчева дана	
звездана година	$365,2564$ средња Сунчева дана	
албедо	0,39	
маса ($M_☾$)	$7,35 \times 10^{22}$ kg	**Месец**
полупречник ($R_☾$)	$1,738 \times 10^6$ m	
средње растојање од Земље	$3,84 \times 10^8$ m	
нагиб орбите према еклиптици (i)	$5,14^\circ$	
албедо	$0,14$	
привидна величина (m_v)	-12,74	
маса ($M_\odot$)	$1,99 \times 10^{30}$ kg	**Сунце**
полупречник ($R_\odot$)	$6,96 \times 10^8$ m	
паралакса ($\pi_\odot$)	$8'',794148$	
луминозност ($L_\odot$)	$3,83 \times 10^{26}$ W	
апсолутна величина (M_v)	$4,72$	
привидна величина (m_v)	$-26,75$	

Корисне формуле

Сферна тригонометрија, Гаусови обрасци:

$\cos a = \cos b \, \cos c + \sin b \, \sin c \, \cos A$	косинусна теорема
$\sin a \, \sin B = \sin b \, \sin A$	синусна теорема
$\sin a \, \cos B = \cos b \, \sin c - \sin b \, \cos c \, \cos A$	синусно-косинусна теорема

Великим словима су означени углови у сферном троуглу, а малим странице; наспрам угла A налази се страница a итд.

Нормална (Гаусова) расподела: $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\dfrac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]$.

Ридбергова формула: $\dfrac{1}{\lambda_0} = R_\infty \left(\dfrac{1}{n_2^2} - \dfrac{1}{n_1^2}\right)$.

Приближне формуле:

$\log(1+x) \approx x \, \dfrac{1}{\ln 10}$	за $\lvert x\rvert \ll 1$
$(1 \pm x)^m \approx 1 \pm mx$	за $\lvert x\rvert \ll 1$
$\sin x \approx x$	за $x \approx 0^{\mathrm{rad}}$
$\cos x \approx 1$, или $\cos x \approx 1 - \dfrac{x^2}{2}$	за $x \approx 0^{\mathrm{rad}}$

РЕШЕЊА

1. Површина Сунца (такозвана фотосфера) има температуру око 6000 K. Сунчева корона (највиши слој Сунчеве атмосфере, ниске густине) има температуру око 2 милиона K. Под препоставком да и Сунчева површина и Сунчева корона зраче као апсолутно црно тело, упоредити сјај површине и короне на таласним дужинама 500 nm (видљиво зрачење) и 20 nm (ултраљубичасто). **(5 поена)**

   Требало би да сте добили да корона више зрачи у видљивом и у ултраљубичастом делу спектра. Међутим, слике Сунца недвосмислено показују да корону видимо само на ултраљубичастим таласним дужинама (види слику). Објаснити овај феномен. **(5 поена)**

   Заменом датих бројки у Планков закон, добија се да је однос густина зрачења короне и фотосфере на таласној дужини 500 нм:

$$\frac{u(\lambda = 500\text{nm}, T = 2 \times 10^6\text{K})}{u(\lambda = 500\text{nm}, T = 6000\text{K})} \approx 8300 \tag{1}$$

   (2,5п)

$$\frac{u(\lambda = 30\text{nm}, T = 2 \times 10^6\text{K})}{u(\lambda = 30\text{nm}, T = 6000\text{K})} \approx 3 \times 10^{52} \tag{2}$$

   (2,5п)

   Дакле корона је много сјајнија и у видљивом и у ултраљубичастом домену, али је та разлика у ултраљубичастом делу спектра много много већа.

   Међутим, како је корона много ређа од фотосфере **(1,5 п)**, укупна енергија коју корона израчи треба скалирати са густином честица које емитују **(1,5 п)**. Густина короне је барем милијарду пута мања од густине фотосфере, што значи да зрачење фотосфере надмашује зрачење короне у видљивом али не и у ултраљубичастом делу спектра, што објашњава слику 1 **(2п)**.

2. Стара планетарна маглина са белим патуљком у свом средишту налази се на растојању од 50 парсека од Земље. Тачно у истом правцу, али иза маглине, налази се још један бели патуљак идентичан оном првом, али на растојању од 150 парсека од Земље. Сматрати да оба бела патуљка имају апсолутну болометријску величину једнаку 14,2 и индексе боје $(\mathrm{B}-\mathrm{V})_0 = 0,300$ и $(\mathrm{U}-\mathrm{V})_0 = 0,330$. Постоји и међузвездана екстинкција као и екстинкција унутар планетарне маглине. Када меримо индекс боје ближег белог патуљка (оног у средишту маглине), налазимо вредности $(\mathrm{B}-\mathrm{V})_1 = 0,327$ и $(\mathrm{U}-\mathrm{B})_1 = 0,038$. У правцу ка овим белим патуљцима, међузвездана екстинкција по јединици растојања износи за $\mathrm{U} = 1,50$, за $\mathrm{B} = 1,23$ и за $\mathrm{V} = 1,00$ (јединица је звездана величина по килопарсеку). Израчунај колики би били измерени индекси боје за даљег патуљка. **(20 поена)**

Одговор:

Нека су B_0, V_0, U_0 привидне величине белог патуљка без екстинкције; A_B, A_V, A_U коефицијенти међузвездане екстинкције по килопарсеку; и нека су A_{pmB}, A_{pmV}, A_{pmU} коефицијенти екстинкције од центра планетарне маглине, где се налази први бели патуљак, до њене границе.

Добијамо индексе боја:

$$\begin{aligned}(U-B)_0 &= (U-V)_0 - (B-V)_0 = 0,330 - 0,300 = 0,030\\ (U-V)_1 &= (U-B)_1 + (B-V)_1 = 0,038 + 0,327 = 0,365\end{aligned}$$

(1п+1п)

Укупна екстинкција је онда сразмерна:

$$A_\lambda^{tot} = A_\lambda \cdot d + A_{pm\lambda}$$

(2п)

Односно, за посматрани индекс боје (где се n односи на белог патуљка; $n = 1$ за белог патуљка унутар планетарне маглине, а $n = 2$ за белог патуљка који се налази иза планетарне маглине) добијамо:

$$(B-V)_n = (B-V)_0 + (A_B^{tot} - A_V^{tot})$$

(2п)

За белог патуљка унутар планетарне маглине:

$$\begin{aligned}(B-V)_1 &= (B-V)_0 + (A_B - A_V)d + (A_{pmB} - A_{pmV})\\ A_{pmB} - A_{pmV} &= (B-V)_1 - (B-V)_0 - (A_B - A_V)d\\ &= 0,327 - 0,300 - (1,23 - 1,00)\cdot 0,05 = 0,0155\end{aligned}$$

(1,5п+0,5п)

$$A_{pmU} - A_{pmV} = (U-V)_1 - (U-V)_0 - (A_U - A_V)d$$
$$= 0,365 - 0,330 - (1,50 - 1,00) \cdot 0,05 = 0,0100$$

(1,5п+0,5п)

$$A_{pmU} - A_{pmB} = (U-B)_1 - (U-B)_0 - (A_U - A_B)d$$
$$= 0,038 - 0,030 - (1,50 - 1,23) \cdot 0,05 = -0,0055$$

(1,5п+0,5п)

За другог белог патуљка, екстинкција у планетарној маглини биће два пута већа, јер његова светлост мора да пређе дуж целог пречника маглине. Екстинкција дуж пута кроз међузвездани простор је три пута већа за светлост са овог патуљка, јер је три пута даљи **(2п)** :

$$(B-V)_2 = (B-V)_0 + 3(A_B - A_V)d + 2(A_{pmB} - A_{pmV})$$
$$= 0,300 + 3 \cdot (1,23 - 1,00) \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,0155 = 0,3655$$

(1,5п + 0,5п)

$$(U-V)_2 = (U-V)_0 + 3(A_U - A_V)d + 2(A_{pmU} - A_{pmV})$$
$$= 0,330 + 3 \cdot (1,50 - 1,00) \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,0100 = 0,425$$

(1,5п + 0,5п)

$$(U-B)_2 = (U-B)_0 + 3(A_U - A_B)d + 2(A_{pmU} - A_{pmB})$$
$$= 0,030 + 3 \cdot (1,50 - 1,23) \cdot 0,05 - 2 \cdot 0,0055 = 0,0595$$

(1,5п + 0,5п)

3. Размотри супернову типа Ia у удаљеној галаксији чија је луминозност у максимуму сјаја $5,8 \cdot 10^9$ $L_\odot$. Претпостави да си, посматрањем ове супернове телескопом, нашао/ла да је однос њеног сјаја и сјаја Веге $1,6 \cdot 10^{-7}$. Колико је удаљена ова галаксија (у парсецима)? Уколико црвени помак галаксије у којој је супернова експлодирала износи $z = 0,05$, израчунај Хаблово време. **(20п)**

Одговор:

Дат је однос осветљености између супернове и Веге:

$$\frac{E_{sn}}{E_V} = 1,6 \cdot 10^{-7}.$$

(2п)

Знамо да је привидна магнитуда за Вегу $m_V \approx 0^m$ **(1п)**. Потребно је сетити се Погсоновог закона (гледамо супернову и Вегу):

$$m_V - m_{sn} = 2,5 \log \frac{E_{sn}}{E_V},$$

одакле следи да је

$$m_{sn} = 16,99^m.$$

(3п + 1п)

Даље, постоји слична веза између луминозности и апсолутне магнитуде (овај пут гледамо супернову и Сунце):

$$M_\odot - M_{sn} = 2,5 \log \frac{L_{sn}}{L_\odot}.$$

Апсолутна магнитуда Сунца је $M_\odot = 4,74^m$, те уз $L_{sn} = 5,8 \cdot 10^9 L_\odot$ добијамо:

$$M_{sn} = -19,67^m.$$

(3п + 1п)

Једна од основних фотометријских релација (где нам фигурише растојање) је:

$$M = m + 5 - 5 \log d,$$

(2п)

одакле добијамо раздаљину тражену раздаљину до галаксије:

$$d = 10^{0,2\left(m_{sn} - M_{sn} + 5\right)} = 2,14 \cdot 10^8 \,\mathrm{pc} = 214 \,\mathrm{Mpc}.$$

(2п)

Ако је t_H Хаблово време, тада из Хабловог закона и апроксимативне релације између црвеног помака и брзине (за мале црвене помаке) имамо:

$$t_H = \frac{1}{H_0} = \frac{d_{\mathrm{sn}}}{v_{\mathrm{sn}}} = \frac{d_{\mathrm{sn}}}{cz}.$$

(3п)

Сад, само рачунамо:

$$t_H = \frac{2,14 \cdot 10^8 \mathrm{pc}}{1,5 \cdot 10^4\,\mathrm{km/s}} = \frac{2,14 \cdot 3 \cdot 10^{24} \mathrm{m}}{1,5 \cdot 10^7 \mathrm{m/s}}$$
$$= 4,28 \cdot 10^{17} \mathrm{s} \approx 1.4 \cdot 10^{10}\ \mathrm{god.}$$

(2п)

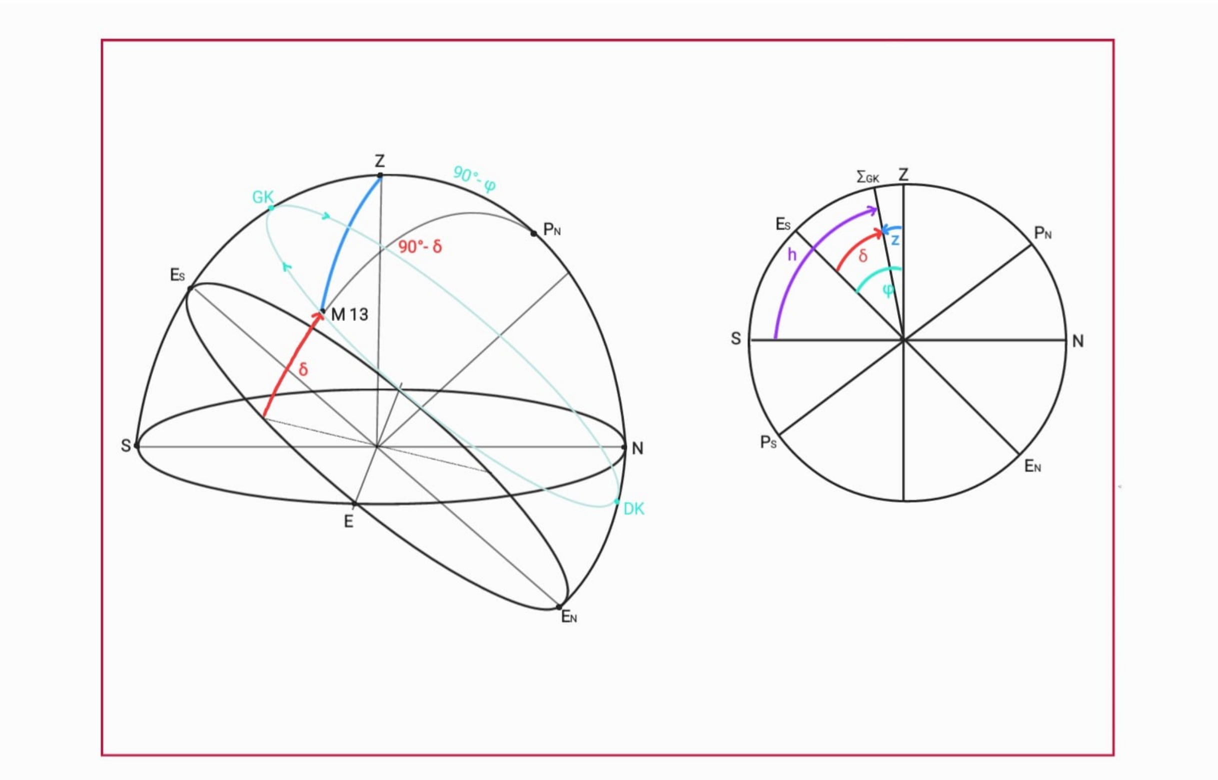
4. Збијено звездано јато M13 ($\alpha = 16^h 41^m 41,5^s$, $\delta = 36°27'39''$) које је удаљено од нас 6,8 kpc посматра се из Напуља ($\varphi = 40°51'12''$). Да ли се M13 може посматрати током целе године (доказати)? Одредите најповољнији тренутак за посматрање овог објекта - приближно доба године, висину изнад хоризонта и звездано време. При одређивању критеријума узети у обзир координате Сунца као и висину објекта изнад хоризонта. Занемарити утицај рефракције. **(20 поена)**

Одговор:

Прво ћемо проверити да ли је M13 циркумполаран објекат за посматрача у Напуљу, тј. да ли на тој географској ширини никад не излази/залази. Да би објекат био циркумполаран, његова висина у доњој кулминацији мора да буде бар једнака нули, тј. да је $\delta \geq 90° - \varphi$. У Напуљу за M13 ово није испуњено. **(2п)** Како објекат није циркумполаран, онда је потребно одредити и период године у ком је најоптималније за посматрање.

Са астрономске тачке гледишта - најповољнији услови за посматрање су да је објект на супротној страни неба од Сунца **(1п)** и да је у горњој кулминацији **(1п)**.

Супротна страна неба, значи да се његова ректасцензија разликује од Сунчеве за $12h$; **(1п)** следи да је Сунчева ректасцензија $\alpha_\odot = 4^h 41^m 41,5^s$. **(1п)**



Слика 2: Положај звезданог јата M13 - формирамо сферни троугао ZP_NM13 (лево). Дата је и припадајућа скица, тј. пролаз небеског тела кроз меридијан, за тренутак горње кулминације (десно).

Приближно доба године се одређује сматрајући да ректасцензија Сунца почев од пролећне равнодневице (када је $\alpha_\odot = 0$) расте линеарно,**(1п)** дакле по формули

$$t_{ph} \approx \frac{\alpha_\odot}{24^h} \cdot t_{tr},\ \alpha_\odot\,[h].$$

(2п)

Овде се индекс ph односи на тражено доба године изражено у средњим данима, а tr на трајање тропске године (365,2422).

$$t_{ph} \approx \frac{4^h, 6948611}{24^h} \cdot 365, 2422\,\mathrm{d} \approx 71, 448\,\mathrm{d}.$$

(2п)

Резултат је 71,4 дана после 21. марта, другим речима око 1. јуна. **(1п)**.

Морамо проверити и да Сунце буде испод хоризонта, **(1п)** најдаље могуће, тј. у доњој кулминацији. Тада се ректасцензија Сунца поклапа са $\alpha_\odot = \alpha_{M13} - 12^h$. Сунце пролази кроз северни меридијан (испод хоризонта, на северу), па важи:

$$h_\odot = 90^\circ - z_\odot = 90^\circ - (180^\circ - \delta_\odot - \varphi) = \delta_\odot + \varphi - 90^\circ = -12^\circ 41' 12''.$$

(2п)

Можемо проценити и колика је деклинација Сунца у том тренутку, апроксимацијом (није неопходно за решење већ је део провере па се не бодује):

$$\sin\delta_\odot \approx -\sin\varepsilon \cos\left(\frac{360}{365}(d+10)\right),$$

где је d дан у години (код нас $d \approx 151$), и $\varepsilon = 23.44^\circ$:

$$\delta_\odot = \arcsin\left(-\sin\varepsilon\cos(158, 79^\circ)\right) \approx 21, 8^\circ.$$

Што се висине М13 тиче, потребно је да је што већа, дакле горња кулминација. Важи да је $h + z = 90^\circ$. Са слике следи:

$$h_{gk} = 90^\circ - z_{gk} = 90^\circ - \varphi + \delta.$$

(2п).

$$h_{gk} = 85^\circ 36' 25, 2''.$$

(1п).

Звездано време је једнако ректасцензији, тј. $s = 16^h 41^m 41, 5^s$. **(2п)**.

5. У сочивастој галаксији NGC 6027 ($\alpha_1 = 15^h59^m13^s$, $\delta_1 = 20°45'48''$) посматрали смо Hα спектралну линију на таласној дужини од $\lambda = 666\,\text{nm}$. Маса спиралне галаксије NGC 6902 ($\alpha_2 = 20^h24^m28^s$, $\delta_2 = -43°39'12''$) је око $7 \cdot 10^{11}\,\text{M}_\odot$, њен полупречник је 54 kpc и њена привидна магнитуда је $11,82^m$. Израчунајте физичку удаљеност између галаксија. Лабораторијска таласна дужина за Hα линију је $\lambda_0 = 656,3\,\text{nm}$.

Савет: Можда ће вам бити корисна Тали-Фишерова релација.

$$\frac{L}{4 \cdot 10^{10}\text{L}_\odot} \approx \left(\frac{V_{max}}{200\,\text{km/s}}\right)^4$$

(30п)

Одговор:

Прво ћемо рачунати удаљеност до галаксије NGC 6027, за коју ћемо у овом задатку користити број један у ознакама. За ову галаксију нам је дат померај водоникове Hα спектралне линије, тако да можемо применити Доплеров ефекат како бисмо израчунали црвени помак z:

$$z = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,0148$$

(1,5п+0,5п)

Потом из црвеног помака можемо да одредимо радијалну брзину ове галаксије $v_{r,1}$:

$$v_{r,1} = z \cdot c \approx 4440\,\text{km/s}$$

(1,5п+0,5п)

Сада можемо да употребимо Хабл-Леметрову релацију, којом из радијалне брзине добијамо удаљеност d_1 до галаксије NGC 6027:

$$d_1 = \frac{v_{r,1}}{H_0} = 63,4\text{Mpc}$$

(2п+0,5п)

Сада прелазимо на одређивање удаљености до друге галаксије (NGC 6902) d_2. За звезду на ободу видљивог дела галаксије (за коју у првој апроксимацији узимамо да има максималну ротациону брзину) можемо изједначити гравитациону и центрифугалну силу:

$$\frac{mv_2^2}{R_2} = G\frac{mM_2}{R_2^2}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}}$$
$$v_2 = 239,5\,\text{km/s}$$

(3п+0,5п)

У овом кораку ћемо применити Тали-Фишерову релацију, из које можемо да добијемо луминозност галаксије NGC 6902, тј. L_2:

$$\frac{L_2}{4 \cdot 10^{10} \mathrm{L}_\odot} \approx \left(\frac{V_{max}}{200\,\mathrm{km/s}} \right)^4$$

(2п)

и ако сада изједначимо максималну ротациону брзину галаксије са брзином звезда на ободу галаксије $v_{max} = v_2$, добијамо да је $L_2 = 8,23 \cdot 10^{10} \cdot L_\odot = 3,15 \cdot 10^{37} W$. **(1п)**

Сетимо се сада Погсоновог закона, који се односи на луминозности и апсолутне магнитуде, и применимо га на однос магнитуда и луминозности између галаксије NGC 6902 и Сунца:

$$M_2 - M_\odot = 2,5 \log \frac{L_\odot}{L_2},$$
$$M_2 = -22,45^m$$

(2,5п+0,5п)

Сада примењујемо релацију између апсолутне и привидне магнитуде, такође изведену из Погсоновог закона:

$$M_2 = m_2 + 5 - 5 \log d_2[pc]$$
$$d_2 = 10^{0,2\left(-M_2 + m_2 + 5\right)}$$
$$d_2 = 72,3\mathrm{Mpc}$$

(2,5п+0,5п)

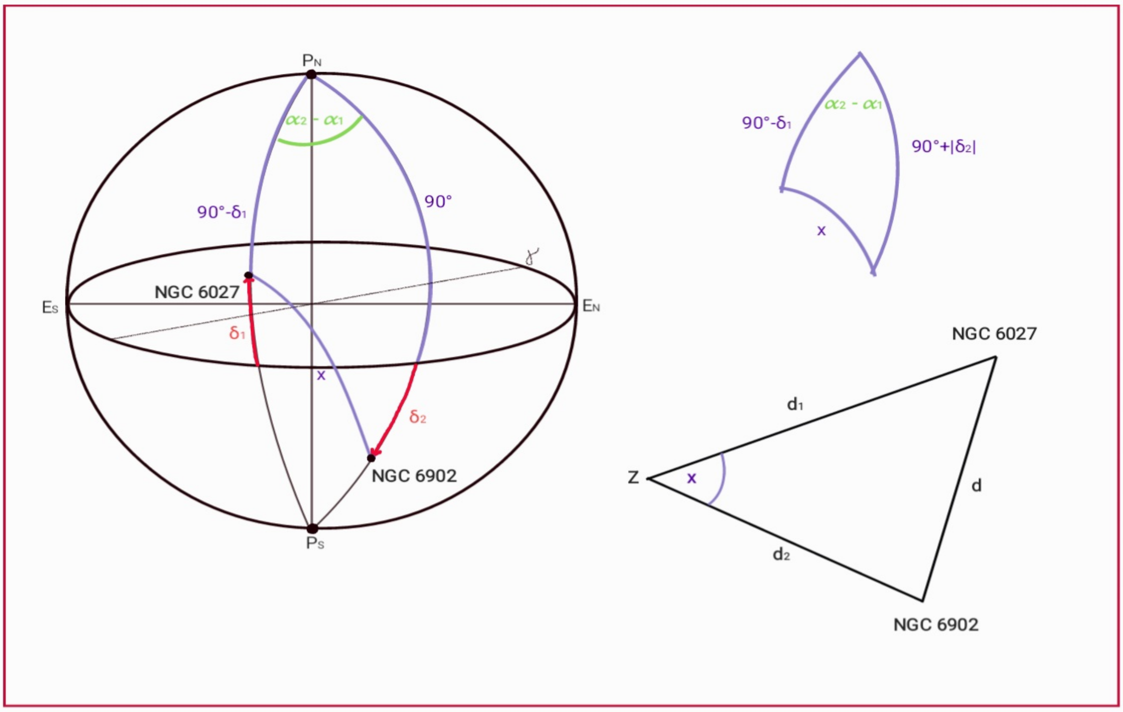
Када смо одредили удаљености до сваке појединачне галаксије, цртамо њихов положај на небеској сфери, као и у простору.

Пребацићемо координате за обе галаксије у степене:

NGC 6027: $\alpha_1 = 15^h 59^m 13^s = 239^\circ, 8042$; $\delta_1 = 20^\circ 45' 48'' = 20^\circ, 7633$

NGC 6902: $\alpha_2 = 20^h 24^m 28^s = 306^\circ, 1167$; $\delta_2 = -43^\circ 39' 12'' = -43^\circ, 6533$

(1п)



Положај галаксија на небеској сфери, и њихов положај у простору, у односу на Земљу. Издвојен је сферни троугао.

Темена издвојеног сферног троугла су северни небески пол, и обе галаксије. Страница сферног троугла обележена са x уједно представља и угао у простору који захватају правци од Земље ка галаксијама NGC 6027, односно NGC 6902. Да бисмо израчунали вредност x, применићемо образац сферне тригонометрије (косинусни) дат у формулама:

$$\cos(x) = \cos(90^\circ - \delta_1)\cos(90^\circ + |\delta_2|) + \sin(90^\circ - \delta_1)\sin(90^\circ + |\delta_2|)\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$
$$\cos(x) = 0,027$$
$$x = 88^\circ, 45$$

(5п+1п)

Када знамо удаљености од Земље до сваке од галаксија (d_1 и d_2), као и угао који та правца међусобно заклапају (x), на троугао чија су темена Земља и галаксије можемо применити косинусну теорему, за израчунавање траженог растојања d између галаксија:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos(x)}$$

(3п)

Добијамо да је тражено физичко растојање између галаксија NGC 6027 и NGC 6902 $d = 94,4\,\mathrm{Mpc}$ **(1п)**.

The Society of Astronomers of Serbia

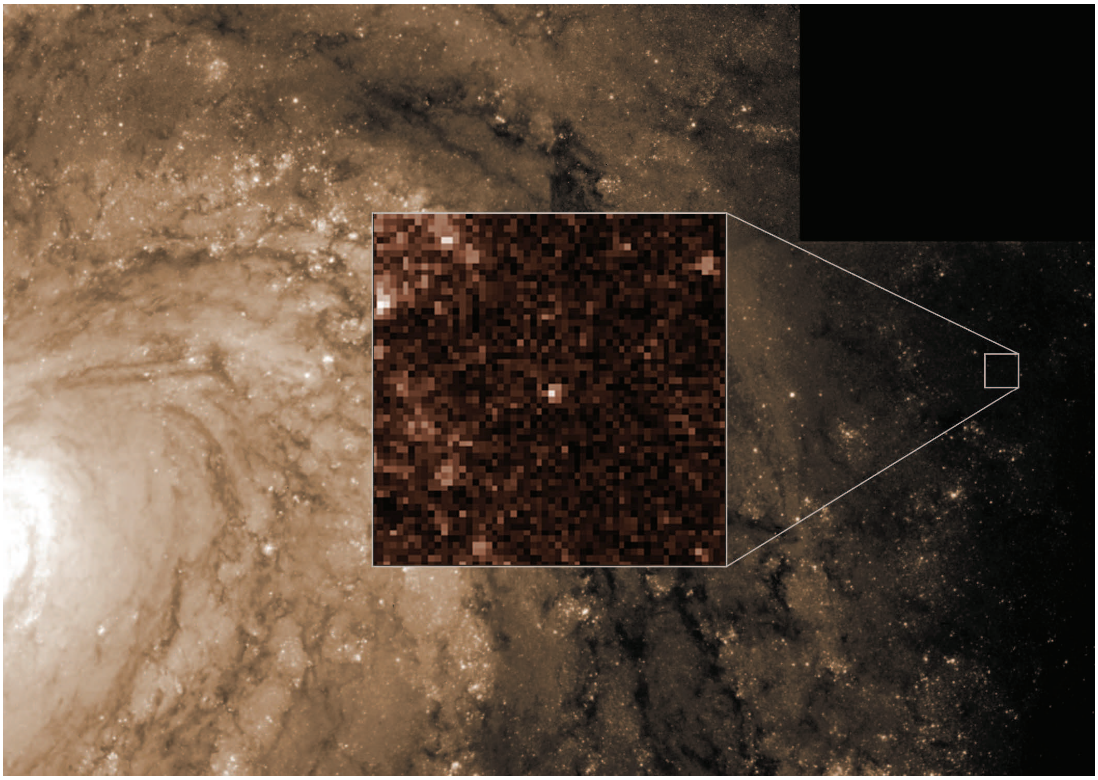
Друштво астронома Србије

Друштво астронома Србије
Волгина 7, 11060 Београд
http://www.das.org.rs

ЗАДАТАК ЗА ОБРАДУ ПОДАТАКА ЗА РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ
3-4. мај 2025. године

Одређивање удаљености до галаксије M100 помоћу промењљивих звезда, типа Цефеиде (укупно 100 поена)

Један од кључних пројеката свемирског телескопа Хабл имао је за дугорочни циљ прецизније одређивање Хаблове константе и старости Универзума. Осамнаест галаксија, које се налазе на различитим удаљеностима, праћено је како би се откриле промењљиве звезде, типа Цефеиде. Једна од тих галаксија је M100.

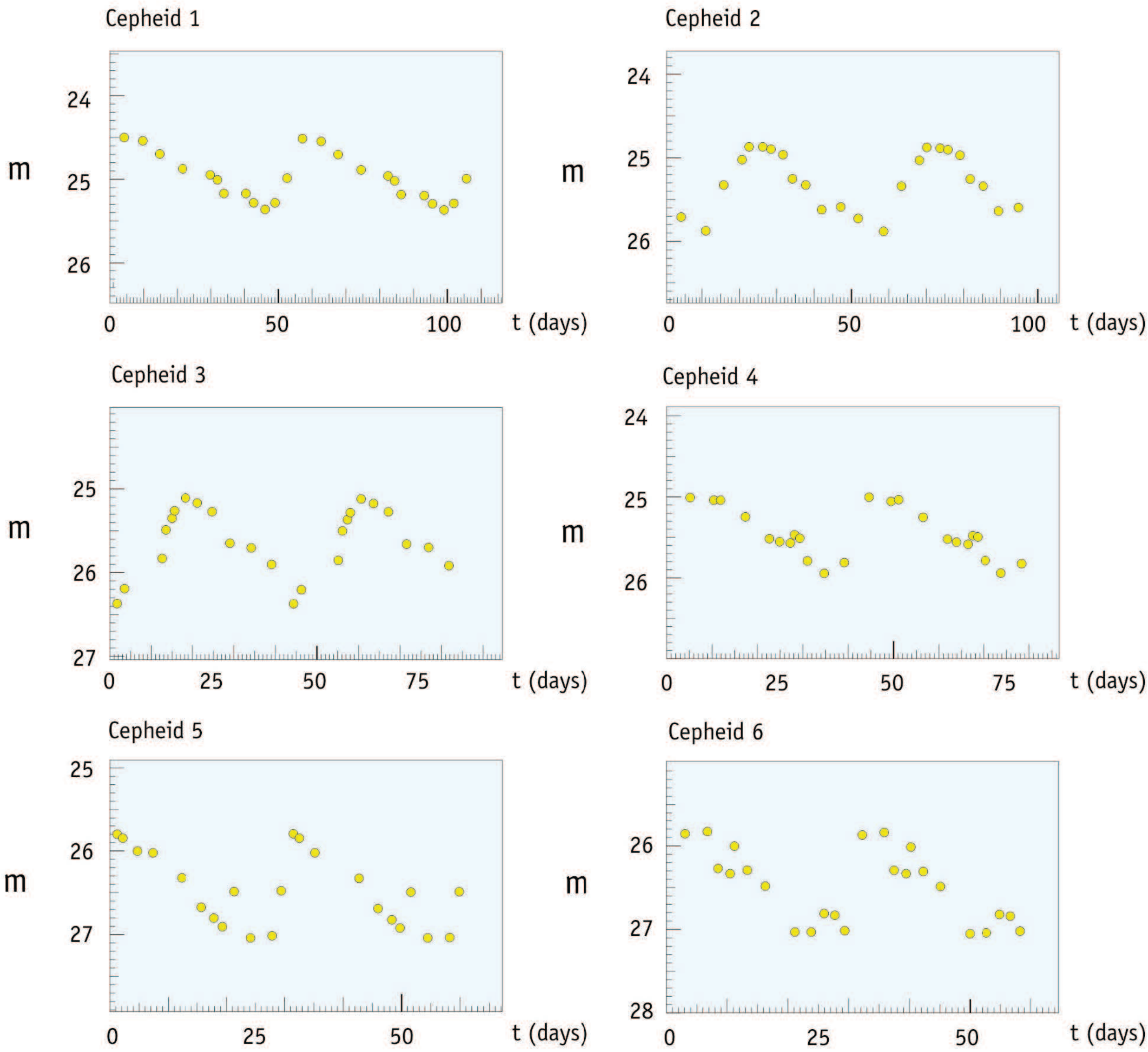


Слика 1: Камера Хабловог свемирског телескопа високе резолуције открила је и издвојила једну од Цефеида, која се користи у овом задатку. Звезда се налази у области у којој се формирају звезде, у једном од спиралних кракова галаксије (звезда се налази у центру означеног правоугаоника).

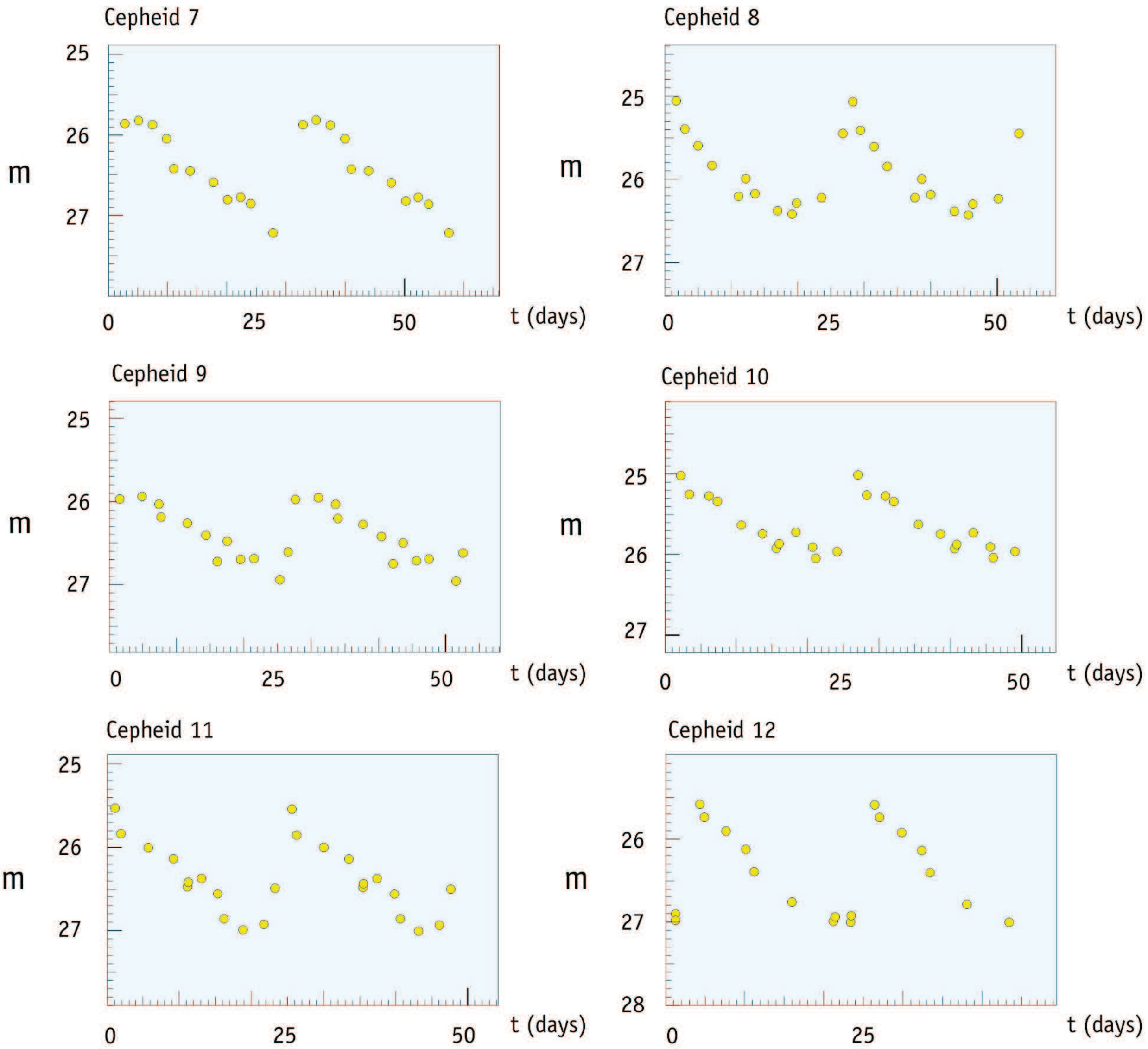
Однос између периода и сјаја за Цефеиде више пута је ревидиран од првих мерења Хенријете Левит. Данас је најбоља процена тог односа:

$$M = -2,78\log(P) - 1,35$$

где је M апсолутна магнитуда звезде, а P период измерен у данима. Светлосне криве за 12 Цефеида у галаксији М100, које су измерене помоћу Хабловог свемирског телескопа, приказане су на сликама 2 и 3.



Слика 2: Криве сјаја за Цефеиде у галаксији М100 које су посматране Хабловим свемирским телескопом (први део). x-оса представља време изражено у данима, y-оса представља магнитуду m.



Слика 3: Криве сјаја за Цефеиде у галаксији М100 које су посматране Хабловим свемирским телескопом (други део). x-оса представља време изражено у данима, y-оса представља магнитуду m.

1. Користећи информације из ових кривих, израчунај апсолутну магнитуду M за ових 12 звезда. **(36 поена)**

2. Користећи дате криве сјаја, размисли о методи за процену привидне магнитуде m и одреди је. **(12 поена)**

3. Израчунај $< m >$ и D (у мегапарсекима) за сваку Цефеиду. **(24 поена)**

4. Размотри вероватне разлоге зашто не добијаш тачно исте удаљености за различите Цефеиде и напиши одговор. **(4 поена)**

5. Сада сте израчунали удаљеност до дванаест различитих Цефеида у галаксији M100.

   (а) Да ли то даје удаљеност до саме галаксије M100? **(3 поена)**

   (б) Да ли би чињеница да дванаест звезда има различите позиције у галаксији M100 могла бити разлог за варијације у удаљеностима ових звезда? **(3 поена)**

   (ц) Претпостави да је величина M100 слична као величина Млечног пута. Размисли о претходном питању поново? **(3 поена)**

   Одговоре за (а), (б) и (в) је потребно образложити.

6. Израчунајте удаљеност до галаксије M100. У оргиниалном научном раду, аутори су приликом одређивања узели у обзир и међузвездану материју, коју Ви занемарујете у овој вежби, и добили су да је удаљеност $D = 17,1 \pm 1,8$ Mpc. **(5 поена)**

7. Брзина удаљавања, v, галаксије као што је M100, заједно са подацима о њеној удаљености, може ти дати вредност за општу брзину ширења Универзума, описану Хабловом константом, H_0. Хаблова константа се изражава у јединицама km/s/Mpc. Брзина удаљавања јата Девица (Virgo Cluster), чији је члан и M100, раније је измерена и износи 1400 km/s (Фридман и сарадници, 1994). Израчунај Хаблову константу користећи ову вредност v и твоју измерену удаљеност D. **(5 поена)**

8. Нека је старост Универзума означена са t:

   (а) Израчунај вредност t користећи своје добијене податке? **(4 поена)**

   (б) Колико пута је већа старост Универзума од старости Земље? **(1 поен)**

ОДГОВОРИ

1. Циљ је да израчунате удаљеност до M100. Ако се сећате једначине за удаљеност, знаћете да апсолутна магнитуда сама по себи није довољна за израчунавање удаљености - потребна вам је и привидна магнитуда.

   Осим проблема у прецизном мерењу количине примљене светлости и калибрацији измерених магнитуда, астрономи су већ сто година расправљали о томе коју привидну магнитуду m, треба користити у једначини за удаљеност за Цефеиду која заправо варира у магнитуди.

2. На почетку 20. века астрономи су измерили минималну привидну магнитуду (m_{min}) и максималну привидну магнитуду (m_{max}), а затим су узели просек ($< m >$) ове два вредности. Ако то урадите, онда имате све информације које су потребне за израчунавање удаљености до M100. Ако користите неку другу методу, можете добити прецизније податке.

3. Користећи наведени метод под 2) добијају се следеће вредности за задатке 1, 2 и 3 које су представљене у табели:

Cepheid number	t2	t1	period = t2-t1	M	m max	m min	m average	D Mpc	D average Mpc
1	100.0	46.5	53.5	-6.15	24.50	25.30	24.90	16.25	
2	58.5	11.0	47.5	-6.01	24.90	25.90	25.40	19.15	
3	61.0	18.5	42.5	-5.88	25.10	26.40	25.75	21.15	
4	74.0	35.0	39.0	-5.77	25.00	25.95	25.48	17.77	
5	50.0	19.0	31.0	-5.50	25.80	27.05	26.43	24.22	
6	50.0	21.0	29.0	-5.42	25.80	27.10	26.45	23.61	19.85
7	35.0	4.5	30.5	-5.48	25.80	27.20	26.50	24.85	
8	46.0	19.0	27.0	-5.33	25.05	26.40	25.73	16.25	
9	31.0	5.0	26.0	-5.28	25.90	27.00	26.45	22.22	
10	27.0	2.5	24.5	-5.21	25.00	26.10	25.55	14.20	
11	43.0	19.0	24.0	-5.19	25.55	27.00	26.28	19.61	
12	38.0	16.0	22.0	-5.08	25.60	27.00	26.30	18.90	

Бодовање се врши на следећи начин: Одређивање периода (било којом методом ако је у границама $\pm 10\%$ од датих вредности у табели), заједно са израчунатом магнитудом M према формули датој у задатку носи 3 поена по Цефеиди. Израчунато m са слике носи 1 поен по цефеиди, израчунато $< m >$ и D из погсоног закона, користећи добијено M и m носи 2 поена по цефеиди. Укупно 72 поена.

4. Разлог који први пада на памет за било које одступање у резултатима је једноставно нормална неизвесност у мерењима. Мерења оваквог типа, која се раде ручно, нису веома прецизна. Тачност би се могла побољшати коришћењем префињенијих метода мерења.**(2 поена)** Алтернативно, могу постојати две различите класе Цефеида које имају врло мале разлике у карактеристикама.**(2 поена)**

5. Одговори су редом:

   (а) Да, засновано на (релативно) великом узорку Цефеида, сада имамо разумну процену удаљености до М100. **(3 поена)**

   (б) Не, величина галаксије је мала у поређењу са удаљеношћу до М100. **(3 поена)**

   (ц) Млечни Пут је приближно 25 kpc у пречнику. Одговор на претходно питање је дефинитивно не. **(3 поена)**

6. Са грубим методама које су овде коришћене, вредност од 19,8 Mpc је прилично разумна. **(5 поена)** Питање је постављено да би ученици приметили да грешке мерења чине део многих природних наука, а свакако и астрономије.

7. $H_0 = v/D = 1400/19,85 = 70,53$ km/s/Mpc

   (3+2 поена)

   Ова вредност је у прихватљивим границама. Генерално гледано за H_0 прихватљиво је да се добију вредности између 60 и 80 km/s/Mpc.

8. Овде је битно урадити конверзију из Mpc у km и онда добијамо:

   (а) $H_0 = 2,286 \times 10^{-18} s^{-1}$. **(2 поена)**

   $t = 1/H_0 = 4,375 \times 10^{17} s = 13,87 \times 10^9$ година. **(2 поена)**

   (б) Ово је отприлике три пута више од старости Земље (око 4,6 милијарди година). Ово питање је постављено како бисмо ученике подстакли да повежу старост Универзума са нечим што им је већ познато. **(1 поен)**

ЗАДАТАК ЗА ПОСМАТРАЧКИ ДЕО ЗА
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ
Београд, 3-4. мај 2025.

Задатак:

Непознати кајпероид се налази тачно на пола пута између звезди **Мизар** и **Спика**. Његове координате су: **$\delta = 21° 52' 48''$**, **$\alpha = 13^h 25^m$**.

На понуђеној немој карти неба геометријским и рачунским поступком (НЕ одокативним) одреди и уцртај:

1) Тачку северног еклиптичког пола; **(70 поена)**
2) Сезонске тачке. **(30 поена)**

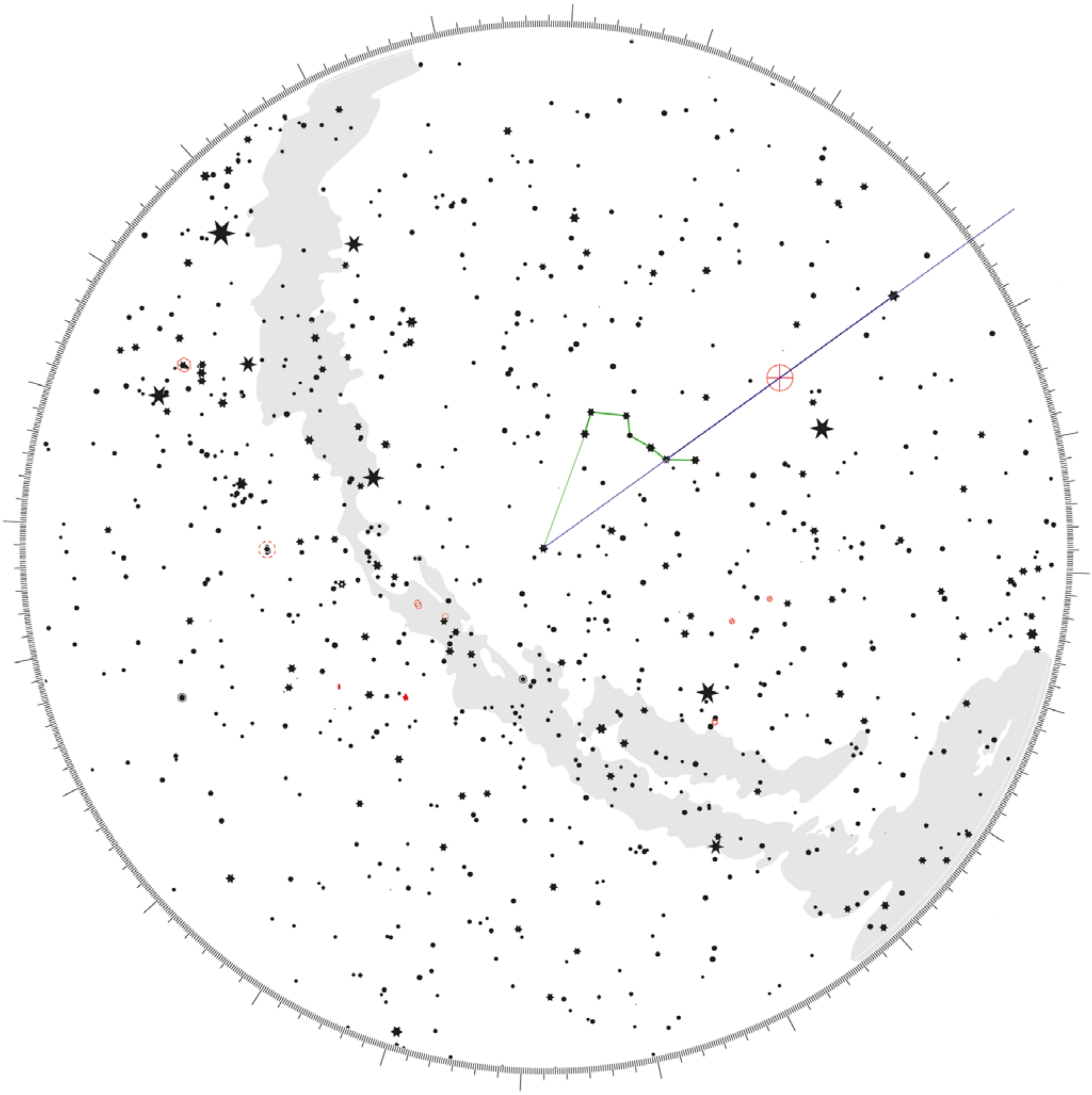
Подразумева се да Северњача прихватљиво апроксимира северни небески пол. Решење мора приказати поступак, и мада нема негативних бодова ипак се нетачни одговори неће прихватити као тачни макар и били последица неке систематске, успутне, или ма какве грешке.

РЕШЕЊЕ:

1)

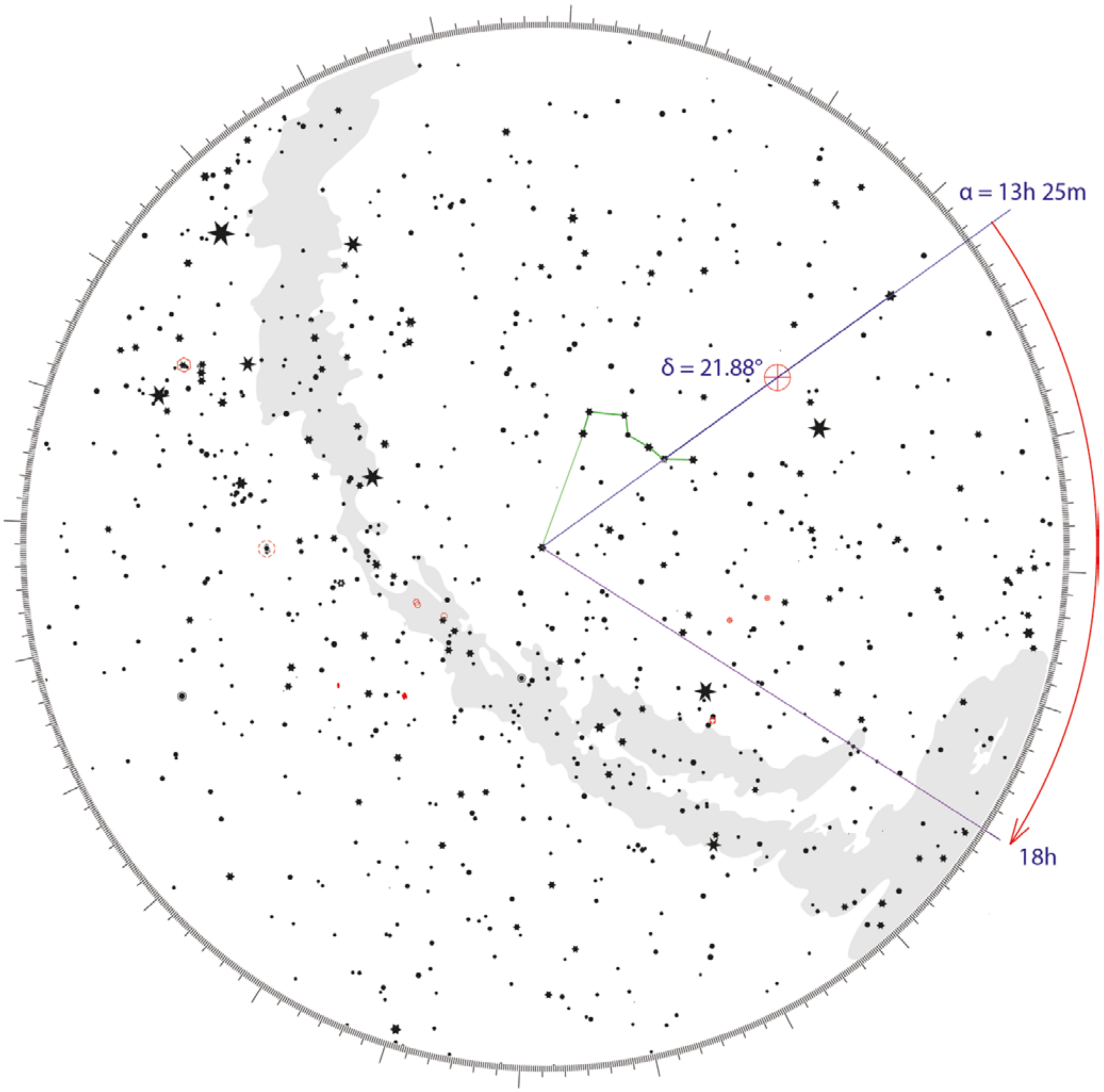
Први део:

Да би се оријентисали на немој карти неопходно је да прво уоче Велика кола (ВК), **(4 п)** <u>што је лако и очекивано</u>, па да у односу на њих пронађу Северњачу и Мизар. **(3 + 3 п)**

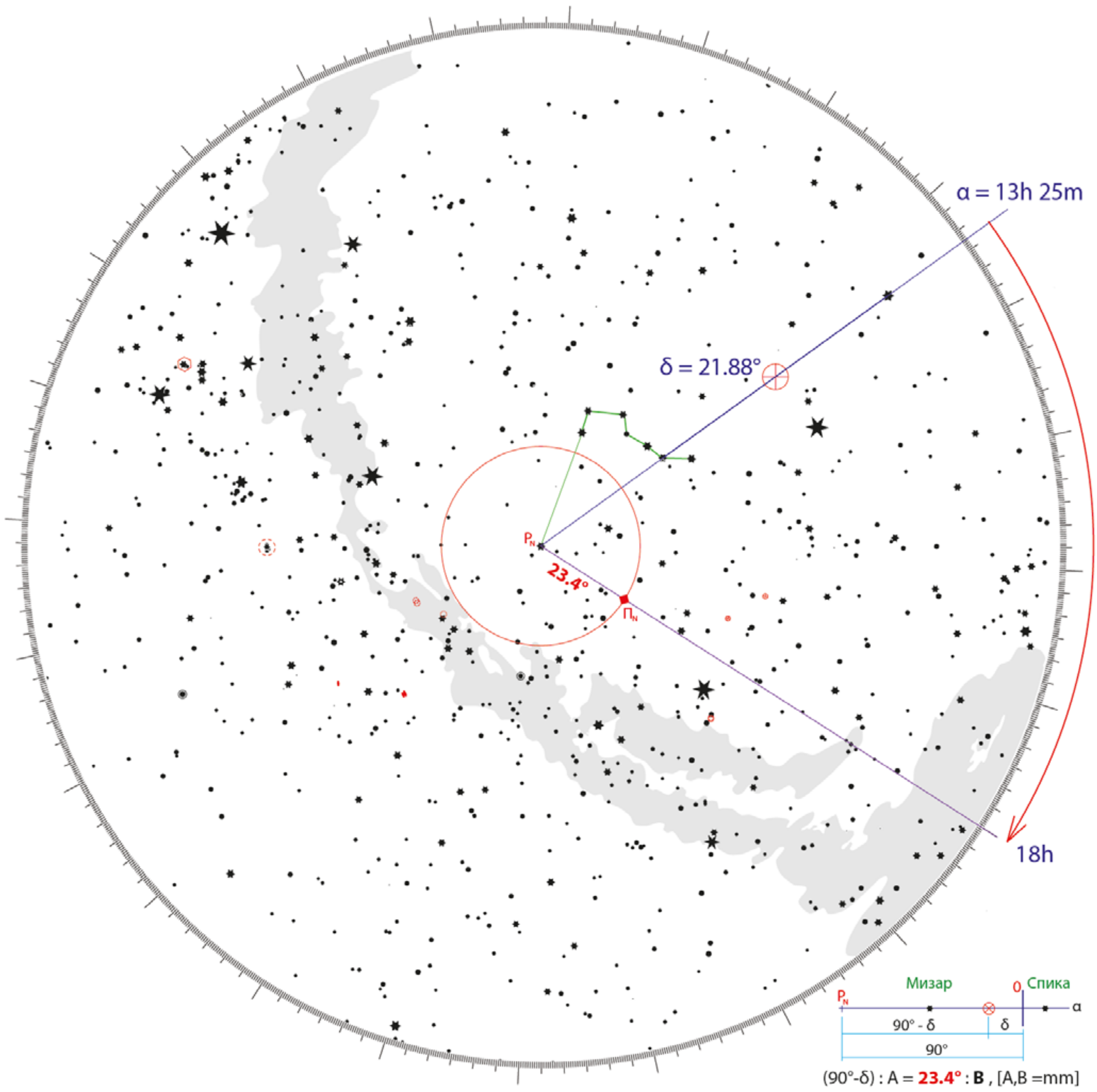


На основу положаја ВК очекује се да знају где је пролећно небо на коме се налази Спика – налази се испод ВК. **(5 п)** Дакле, само на основу ВК могуће је реконструисати положај ове две звезде и повући црту међу њима на којој би се уцртала задата тачка на половини – овде кајпероида. **(5 п)**

Други део:
На основу претходног добија се место задате деклинације на карти, **(3 п)** што је важно због успостављања размере на карти, и ректасцензија **(3 п)** која се очитава на ободном кругу. Знајући тај податак <u>и смер у коме расте ректасцензија</u>, **(4 п)** као и чињеницу да се еклиптички пол заједно са небеским налази на деклинацијском кругу чија је ректасцензија 18 часова, **(5 п)** требало би да се лако одреди то место на ободном часовном кругу. Затим се повуче деклинацијски лук (који је у овом случају због пројекције црта) од Северњаче до ободног круга на 18ч. **(5 п)**



Трећи део:
Из постојећих података може се извести „метро-линеарна“ размера (види скицу у доњем десном углу карте).

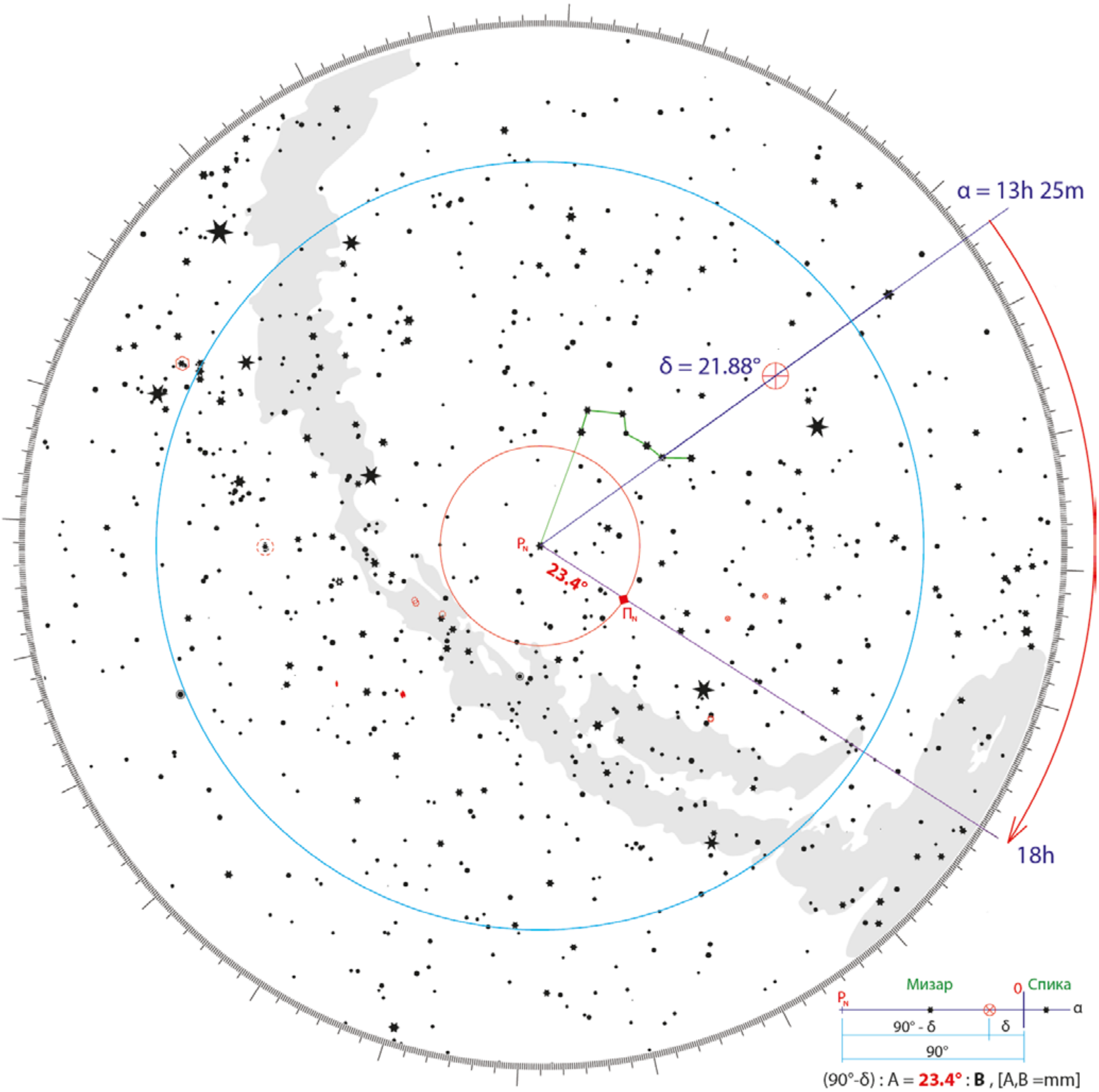


Наравно, овде се очекује да такмичар зна колико је удаљен еклиптички пол од небеског (предлог: може се прихватити и 23.4 и 23.5 степени). **(5 п)** Иза знања о томе стоји важно, очекивано и неопходно знање о координатним системима, али и много шире – то је опште место, неупитно. „А“ је зенитно растојање до кајпероида, **(5 п)** а „Б“ линарна удаљеност до еклиптиког пола. **(5 п)** Пропорција је тривијална. Лако се добија полупречник круга **(5 п)** у чијем пресеку са раније уцртаним деклинацијским кругом добијамо место северног еклиптичког пола. **(10 п)**

2)

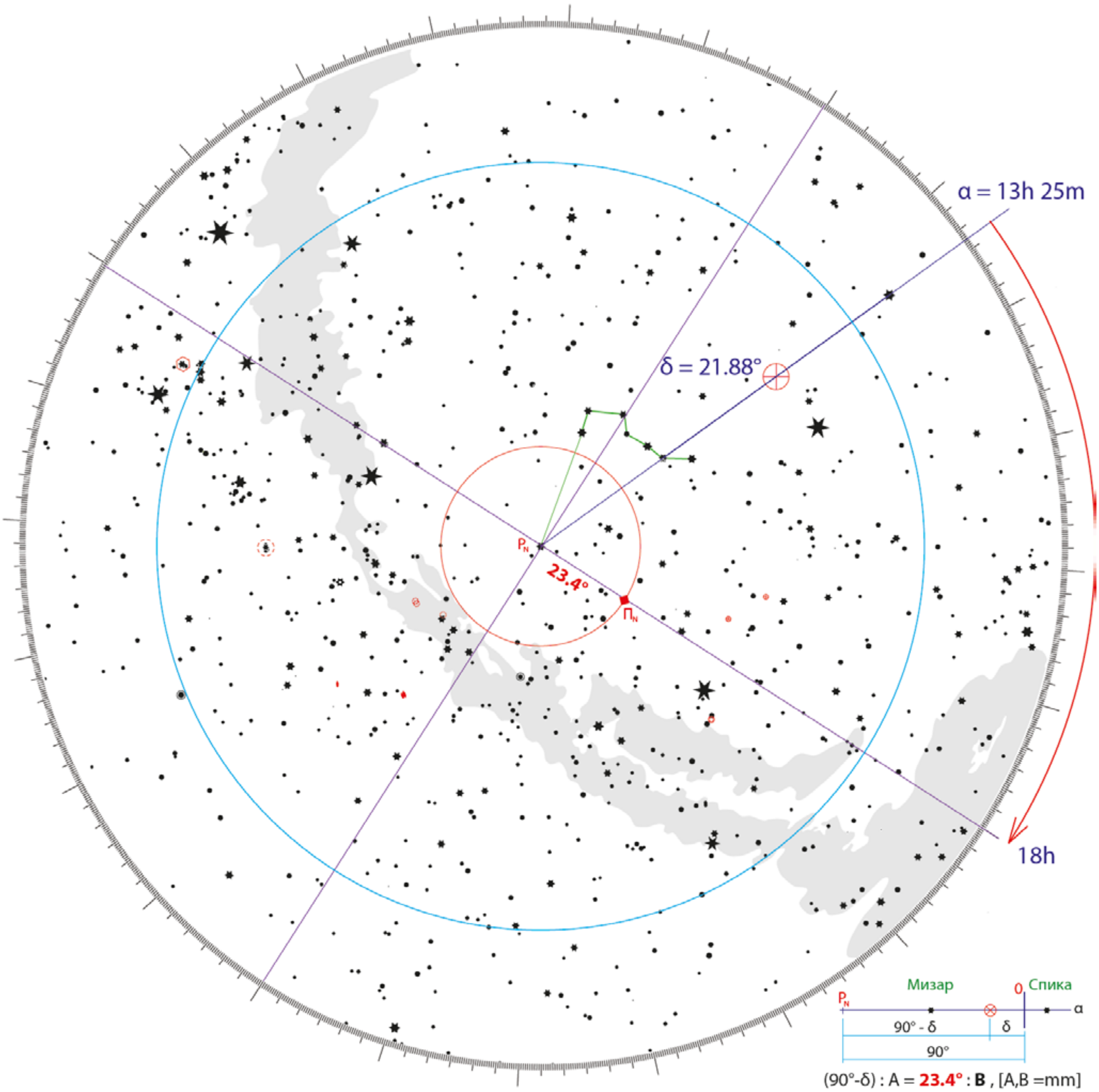
Четврти део:

На путу за решење другог задатка неопходно је уцртати небески екватор, што се постиже на исти начин, и истом пропорцијом, као у претходном кораку (узимајући да је деклинација нула). **(4 п)**



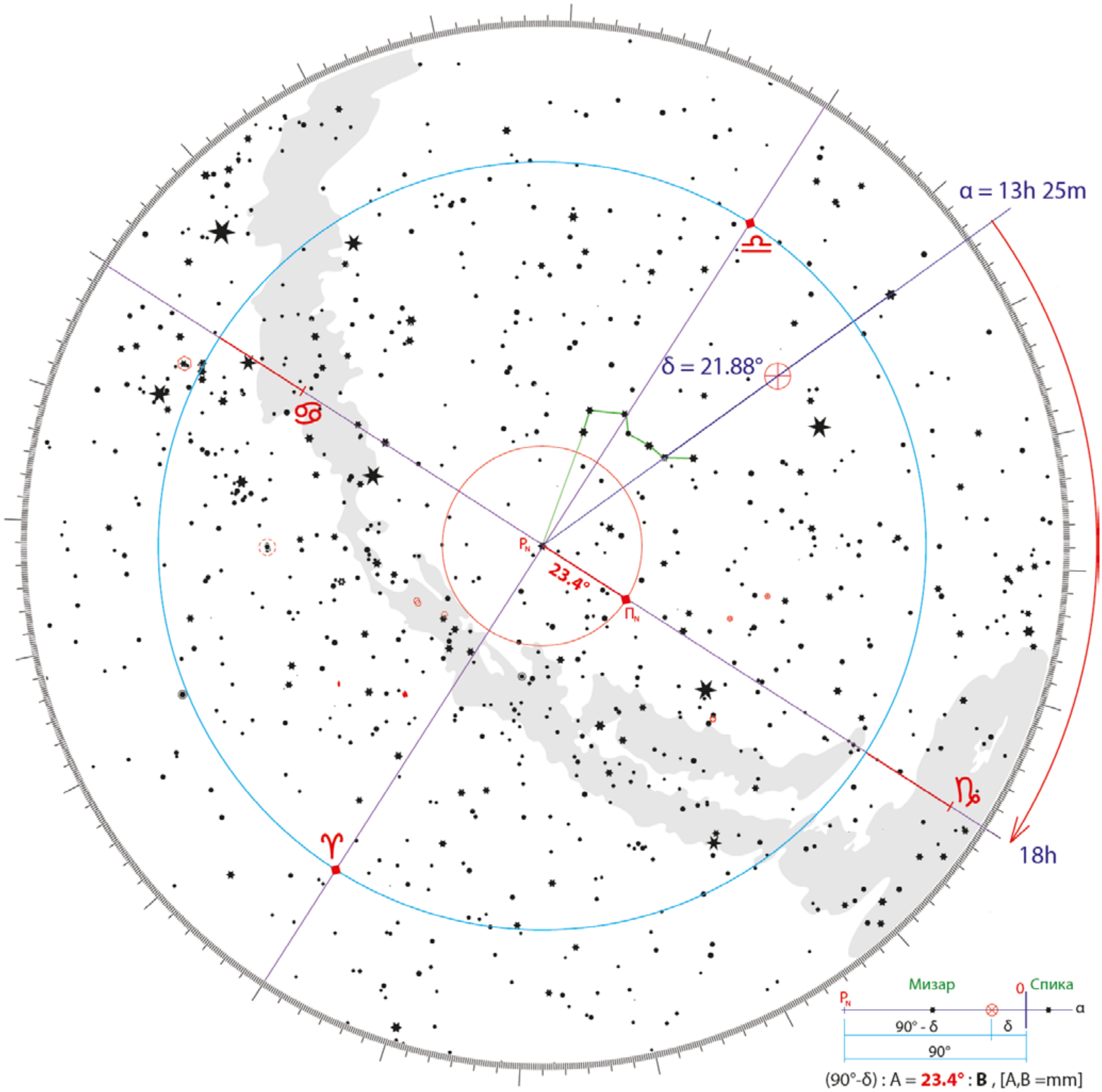
Пети део:

Затим се уцртају деклинацијски кругови који спајају карактеристичне ректасцензије сезонских тачки, а на основу раније реконструисаног деклинацијског круга. Дакле, тај се продужи на супротну страну, **(2 п)** па се у односу на њега управно конструишу друга два **(2+2 п)**



Шести део:

- Знајући линеарну величину раније добијене удаљености небеског и еклиптичког пола, довољно је то растојање, <u>на исправан начин</u>, пренети у односу на екватор (обележити обе тачке). **(5+5 п)**



Пролећна и јесења тачка се налазе тривијално, у пресеку небеског екватора и припадајућих сезонских деклинацијских кругова (то су места пресека н.екватора и еклиптике). **(1+1 п)** Важно је знати која тачка одговара ком годишњем добу и треба их обележити одговарајућим именима. Обавезно је обележити „гама“ тачку, **(2 п)** док за остале се може толерисати испис назива уместо симбола (на пример: „тачка у Раку“, „летња“,.. или сл.). **(2+2+2 п)**