РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ 2018

ТЕОРИЈА

Кратки задаци

1. За доњи крај Сунчевог диска измерена је висина $h_{ml} = 1°$, а за горњи $h_{mu} = 1°29'47{,}3''$. За мерену вредност висине $h_m = 1°$ рефракција је $\rho(1) = 24{,}4'$. Колика вредност рефракције одговара висини измереној на горњем крају Сунчевог диска? Земљину орбиту око Сунца сматрај кружном.

Решење. Константном растојању између Сунца и Земље одговара константна Сунчева паралакса. Из дефиниције паралаксе (p) и привидног Сунчевог пречника (δ) имамо

$$\delta = 2p\frac{R_\odot}{R_\oplus} \ ,$$

где су величине означене са R полупречници Сунца и Земље. У списку констаната налазе се сви неопходни подаци. Следи $\delta = 31'59{,}3''$. Разлика измерених висина (непоправљен привидни пречник) је $\Delta h_m = 29'47{,}3''$. Следи да се рефракције разликују за $2'12'' = 2{,}2'$, тј. рефракција на горњем крају је $22{,}2'$.

2. Комете са веома сличним елементима орбите прошле су кроз перихел 31. јануара 1790. године, 24. фебруара 1858. и 11. септембра 1885. Ако је то била једна иста комета, одреди њен период обиласка око Сунца и дужину велике полуосе.

Решење. С обзиром на то да дати временски размаци нису једнаки, ово не могу бити сви пролази кроз перихел између 1790. и 1885. године. Два временска размака (1790-1858 и 1858-1885) односе се приближно као 5 : 2. Седмина размака између првог и последњег пролаза износи 13,7 година. То је период обиласка. Примена трећег Кеплеровог закона у облику

$$\frac{a^3}{P^2} = \mathfrak{M}_\odot$$

даје $a = 5{,}7$ aj.

3. Полупречник типичне неутронске звезде износи 10 km, а маса јој је 1,4 пута већа од Сунчеве. Неутронске звезде постају од масивних звезда, масе не мање од 8 $\mathfrak{M}_\odot$, а овој вредности на главном низу одговара полупречник R, $R = 5\ R_\odot$. Ако је густина средишњег дела („недара“) описане звезде главног низа чији је остатак неутронска звезда 10^5 пута већа од просечне густине звезде као целине, а период обртања тог средишњег дела је процењен на два средња Сунчева дана, шта се очекује за период обртања неутронске звезде? И недра и неутронска звезда се обрћу као круто тело. (Помоћ: момент инерције за лопту $I = (2/5)\mathfrak{M}R^2$.)

Решење. Полази се од одржања момента количине кретања за обртање. Пошто се усваја обртање крутог тела, овај момент је дат изразом: $I\omega$, тј. $2\pi I/P$, где су I и P момент инерције и период обртања, респективно. Усвајајући сферни облик и за недра и за неутронску звезду долазимо до једнакости

$$\left(\frac{2}{5}\right)\mathfrak{M}_c {R_c}^2\left(\frac{2\pi}{P_c}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)\mathfrak{M}_n {R_n}^2\left(\frac{2\pi}{P_n}\right) . \text{(s3.1)}$$

Индекс c се односи на недра, а индекс n на неутронску звезду. Примена закона о одржању масе на (s3.1) доводи до једнакости

$$\left(\frac{R_c}{R_n}\right)^2 = \frac{P_c}{P_n} . \text{(s3.2)}$$

Вредност величина R_n и P_c су познате; R_c ћемо наћи из односа густина знајући полупречник звезде главног низа. Следи

$$\frac{\mathfrak{M}_c}{\mathfrak{M}}\left(\frac{R}{R_c}\right)^3 = 10^5 . \text{(s3.3)}$$

Као и досада, све величине означене индексом c односе се на недра, а величине без индекса на звезду као целину. Однос маса је познат (1,4/8), тако да следи $R = 83\ R_c$ (s3.3). Тако може да се нађе вредност R_c у Сунчевим полупречницима, а користећи таблицу са константама долази се до вредности за R_c у km. Коначно је $R_c/R_n = 4{,}193 \times 10^3$. Заменом у (s3.2), с обзиром на то да P_c износи око два дана, за тражену величину P_n добија се вредност од око 10^{-2} s.

4. Космички електрон (припада космичком зрачењу) улеће у Земљину атмосферу брзином од 0,99 c . Да ли би Сунце могло бити извор његове енергије ако за тај механизам важи просечна промена енергије у јединици времена од $f = 4 \times 10^{-16}$ W? Сматрај да се електрон од Сунца до Земље креће праволинијски просечном брзином од 0,7 c. Маса мировања електрона је $\mathfrak{m}_0 = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.

Решење. Кинетичка енергија космичког електрона дата је изразом

$$E_k = \mathfrak{m}_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}} - 1 \right) .$$

Са v је означена брзина електрона. Пошто су сви подаци познати, добија се $E_k = 5 \times 10^{-13}$J. Са датим повећањем енергије за достизање ове вредности потребно је 1200 s, с обзиром на то да је на поласку кинетичка енергија електрона једнака нули. С друге стране, са датом вредношћу просечне брзине електрон би пут од Сунца до Земље прешао за 715 s. Дакле, са просечним повећањем енергије датим у задатку Сунце не би могло бити извор енергије.

5. Дата је спирална галаксија на црвеном помаку $z = 0{,}3$. У пољу ове галаксије види се и једна патуљаста галаксија раздвојена од веће за $\rho = 20''$. Нека се привидне болометријске величине ових галаксија разликују за $\Delta m_{bol} = 4$ и нека је апсолутна болометријска величина патуљасте галаксије $M_{bol\mathrm{D}} = -18$. Ако је патуљаста галаксија сателит спиралне галаксије тако да око њеног средишта обилази по елипси занемарљиве ексцентричности у равни нормалној на визуру, колики је онда период обиласка? Однос масе и луминозности за спиралну галаксију је 15 $\mathfrak{M}_\odot / L_\odot$, болометријска апсолутна величина Сунца $M_{bol\odot} = 4{,}75$.

Решење. Најпре треба израчунати хелиоцентрично растојање спиралне галаксије. Користе се Хаблов закон и израз за радијалну брзину. Радијалну брзину v_r треба рачунати по релативистичкој формули, тј.

$$\sqrt{\frac{1 + {v_r}/{c}}{1 - {v_r}/{c}}} = 1 + z \, ,$$

где је c брзина светлости, јер је разлика у резултату незанемарљива ($0{,}256$ c у односу на $0{,}3$ c по класичној формули). Следи да је растојање D ($D = v_r / H$, H – Хаблова константа, чија је вредност дата у константама као и брзина светлости) једнако 1,097 Gpc. Растојање патуљасте галаксије од спиралне r добија се по формули

$$r(\mathrm{kpc}) = \frac{2 \times 10 \times 1{,}097 \times 10^6}{2{,}06265 \times 10^5} \ .$$

Одговарајућа вредност је 106 kpc. Пошто је модуо растојања исти, мора бити $\Delta M_{bol} = \Delta m_{bol}$. За спиралну галаксију следи $M_{bol\mathrm{S}} = -22$ (јер мора бити сјајнија). Овој апсолутној величини одговара луминозност од око $5 \times 10^{10}\ L_{\odot}$,

$$\log \frac{L_{\mathrm{S}}}{L_{\odot}} = 0{,}4\left(M_{bol\odot} - M_{bol\mathrm{S}}\right) ;$$

следи $\mathfrak{M}_{\mathrm{S}} \approx 750 \times 10^9\ \mathfrak{M}_{\odot}$. Елиптична орбита указује на кеплеровско кретање, Пошто је ексцентричност занемарљива, то је кружница. Полупречник (указана раван) и маса су познати и за период се добија,

$$P = \sqrt{\frac{r^3}{\mathfrak{M}_{\mathrm{S}}}} \ ,$$

при чему је полупречник изражен у астрономским јединицама, а маса у масама Сунца; $P = 3{,}73 \times 10^9$ година.

Дуги задаци

1. **Географска ширина.** Једно небеско тело се посматра на два различита места на Земљи, при чему важи $\lambda_1 = \lambda_2$ (λ – географска дужина). У месту бр. 1 небеско тело залази и за његов азимут важи: $\cos A_1 = -0{,}58242$. У месту бр. 2, $\varphi_2 = 30°$ (φ – географска ширина), азимут небеског тела је $A_2 = 109°30'$. Одреди географску ширину места бр. 1. Одреди деклинацију небеског тела и провери добијену вредност (израчунати је из података за оба места). Рефракцију занемари.

Решење. Позната пропорција

$$\frac{\Delta\lambda}{360} = \frac{\Delta s}{24} \ ,$$

с обзиром на $\Delta\lambda = 0$, за разлику звезданих времена даје $\Delta s = 0$. Како се ради о истом небеском телу, разлика часовних углова Δt је такође једнака нули. Применићемо познате формуле за претварање хоризонтских координата у месне екваторске

$$\sin\delta = \sin\varphi\sin h - \cos\varphi\cos h\cos A,$$

$$\cos\delta\sin t = \cos h\sin A\,,$$

$$\cos\delta\cos t = \cos\varphi\sin h + \sin\varphi\cos h\cos A\ \ .$$

У месту бр. 1 небеско тело залази, значи да је његова тамошња висина $h_1 = 0$. За азимут A_1 познат је косинус, а пошто небеско тело залази, онда мора бити на западној хемисфери, тј. $90° < A_1 < 180°$, те је $\sin \mathrm{A_1} = 0{,}81289$, а онда је $\cos\delta\sin t = 0{,}81289$ (друга формула). Иста вредност важи и за место бр. 2, јер се не разликују ни часовни угао ни деклинација. Одговарајући азимут је познат, одакле следи $h_2 = 30°25'$. Сада је све познато што је потребно да из прве формуле одредимо деклинацију небеског тела. На крају је: $\varphi_1 = 30°23'$, $\delta = 30°10'$.

2. Збијено звездано јато. Галактичке координате збијеног јата IAU No C1126+292 (Pal 4, Uma) су: $l = 202°18'36"$, $b = 71°48'$. Визуална привидна величина за хоризонталну грану на Херцшпрунг-Раселовом дијаграму јата је $m_{v,\mathrm{HB}} = 20{,}45$, привидни пречник $\vartheta = 2{,}16'$, хелиоцентрична радијална брзина средишта јата $v_{r0} = 75\ \mathrm{km\ s^{-1}}$. Одреди масу јата са проценом удела тамне материје.

Остали подаци: визуална апсолутна величина за хоризонталну грану - $M_{v,\mathrm{HB}} = 0{,}6$, хелиоцентрична радијална брзина типичне звезде у видном пољу јата - $v_{rs} = 76{,}2\ \mathrm{km\ s^{-1}}$, болометријска привидна величина јата као целине $m_{bol} = 14{,}06$. За јато се очекује однос масе и луминозности једнак $1{,}7\ \mathfrak{M}_\odot/L_\odot$. За кретање звезда око средишта јата важи изотропна (иста у свим правцима) расподела брзина. Када би се ово јато видело у правцу северног галактичког пола, визуална међузвездана екстинкција била би $A_v = 0{,}18$. Сматрај да се узрочник међузвездане екстинкције, а то је међузвездана прашина, налази унутар танког диска симетричног у односу на раван Млечног пута, те је стога екстинкција прпорционална путу зрака светлости унутар овог слоја. Растојање Сунца до равни Млечног пута је занемарљиво. Апсолутна болометријска величина Сунца је једнака 4,75.

Решење. Најпре се одређује модуо растојања јата за филтер V. Он је једнак разлици звезданих величина, тј.

$$\mathrm{Mod}_v = m_{v,\mathrm{HB}} - M_{v,\mathrm{HB}} = 19{,}85\,.$$

Да би се одредило хелиоцентрично растојање јата D треба проценити поправку за међузвездану екстинкцију. Као што је речено у формулацији задатка, међузвездана екстинкција је пропорционална путу светлости унутар слоја прашине. За дату латитуду b овај пут ће бити $s = (1/2)d \operatorname{cosec} b$, где је d дебљина слоја. Тражену вредност екстинкције онда добијамо из пропорције

$$\frac{A_v(b)}{A_v(90°)} = \frac{(^1/_2)d \operatorname{cosec} b}{(^1/_2)d} = \operatorname{cosec} b \quad .$$

Одавде следи $A_v(71.8°) = 0{,}19$. Дакле, нулти модуо растојања (ослобођен утицаја екстинкције) једнак је 19,66, а онда је

$$5 \log D - 5 = 19{,}66 \ ,$$

те је $D = 85{,}5$ kpc. Са овом вредношћу растојања, с обзиром на дати привидни пречник, за полупречник јата се добија $r = 26{,}9$ pc ($2{,}16' = 129{,}6" = 6{,}28 \times 10^{-4}$ rad), а за болометријску апсолутну величину $M_{bol} = -5{,}6$ (14,06-19,66). Онда је за одговарајућу луминозност

$$\log L = 0{,}4(4{,}75 + 5{,}6) \ ,$$

те следи $L = 13.804\ L_{\odot}$. Даље следи $\mathfrak{M} = 2{,}3 \times 10^4 \mathfrak{M}_{\odot}$. Ово је статистичка процена масе јата. У циљу динамичке процене користи се теорема виријала. Јато се сматра изолованим, па се онда виријал своди на његову потенцијалну енергију, за чију апсолутну вредност прихватамо следећи израз

$$|W_p| = G \frac{{\mathfrak{M}_{dyn}}^2}{r} \ .$$

Овде је G универзална константа гравитације, r полупречник јата (познат) и $\mathfrak{M}_{dyn}$ маса јата процењена динамички. По теореми виријала двострука кинетичка енергија треба да буде једнака апсолутној вредности потенцијалне. За кинетичку енергију треба знати средњи квадрат брзине. Њега одређујемо из разлике хелиоцентричних радијалних брзина типичне звезде и јата као целине, 76,2-75. Квадрат ове разлике се због изотропије множи са 3, а онда се због скраћивања масе добија следећа једначина

$$\langle v^2 \rangle = G \frac{\mathfrak{M}_{dyn}}{r} \ ,$$

у којој је непозната динамичка маса. Резултат је $\mathfrak{M}_{dyn} = 2{,}7 \times 10^4\ \mathfrak{M}_{\odot}$. Добијен је исти ред величине, истина за вољу, нешто већа вредност од статистичке процене, али треба имати у виду и грешке улазних података као и приближност коришћених релација. Стога, исправан закључак гласи: нема потребе за тамном материјом.

ОБРАДА ПОДАТАКА

1. **Временско изједначење.** У таблици су дати тренуци правог поднева (часови и минути) у Београду 2017. године заједно са одговарајућим датумима (дан и месец). Географска дужина Београда је $\lambda = -20°30'$ (негативан знак значи источно од Гринича). Тренуци поднева су дати по времену које се тог датума примењивало – 1-I – 25-III средњоевропско време (СЕВ), 26-III – 28-X СЕВ+1, 29-X – 31-XII СЕВ.

   Временско изједначење (η) се током године мења по једној сложеној таласастој кривој. По сопственом нахођењу искористи онолико података датих у таблици колико ће ти омогућити да што боље одредиш нуле и екстремуме ове криве; на графику их јасно означи. За сваку нулу и екстремум напиши датум (дан и месец) и η у минутима заједно са процењеним грешкама. Сва израчуната временска изједначења (она која представљаш на графику) унеси у таблицу у минутима као додатну колону са леве стране, тачно поред оних датума којима одговарају. Таблице са додатим колонама предај уз рад.

Решење. Временско изједначење је разлика између правог времена (које показује сунчаник - t_{sd}) и тзв. поправљеног средњег времена t_{corr}

$$\eta = t_{sd} - t_{corr}\ .$$

Поправљено значи да се оно прилагођава правом времену, тј. мора бити месно и подне се дефинише као $0^{\mathrm{h}}0^{\mathrm{m}}0^{\mathrm{s}}$. Да би се прешло са зонског времена (у овом случају СЕВ) на месно користимо следећу пропорцију

$$\frac{\Delta t}{24} = \frac{\Delta\lambda}{360}.$$

Пошто СЕВ одговара географској дужини од 15°, биће $\Delta\lambda = 5°30'$, одакле следи $\Delta t = 22^{\mathrm{m}}$. Сада знамо како ћемо израчунати временско изједначење. На пр. 31. јануара право подне се догађа у $11^{\mathrm{h}}52^{\mathrm{m}}$. Тада је на снази СЕВ, а због израчунате разлике, ово значи да је месно средње време $12^{\mathrm{h}}14^{\mathrm{m}}$. Прилагођавање правом времену даје $t_{corr} = 0^{\mathrm{h}}14^{\mathrm{m}}$. Пошто је у право подне по дефиницији $t_{sd} = 0^{\mathrm{h}}$, следи $\eta = -14^{\mathrm{m}}$. С друге стране, 30. септембра право подне се догађа у $12^{\mathrm{h}}28^{\mathrm{m}}$. Тада је на снази СЕВ+1, па је по СЕВ $11^{\mathrm{h}}28^{\mathrm{m}}$, тј. $11^{\mathrm{h}}50^{\mathrm{m}}$ по месном времену. Онда је $t_{corr} \ = 23^{\mathrm{h}}50^{\mathrm{m}}$, тј. $\eta = 10^{\mathrm{m}}$. Закључујемо да када не би било потребе за временским изједначењем, у Београду би се право подне увек догађало у $11^{\mathrm{h}}38^{\mathrm{m}}$ по СЕВ. Следи да ако се оно по СЕВ догађа раније, временско изједначење је позитивно и обрнуто, ако се догађа касније, оно је негативно. Када имамо вредности временског изједначења за мноштво датума можемо да нацртамо одговарајући график. Имамо четири нуле ($\eta = 0$), средином априла, око 12. јуна, око 1. септембра и 24-25. децембра. Минимуми се догађају око 11. фебруара ($\eta = -14^{\mathrm{m}}$) и око 26. јула ($\eta = -7^{\mathrm{m}}$); максимуми средином маја ($\eta = 4^{\mathrm{m}}$) и око 3. новембра ($\eta = 16^{\mathrm{m}}$).

2. **Двојна.** Дата је двојна звезда. Мерења радијалне брзине су обављена за обе компоненте. Резултати мерења заједно са тренуцима приказани су у Таблици 1. Путања је кружног облика. Из астрометријских мерења је познато да је нагиб орбите $i = 50°$ и привидна дужина велике полуосе релативне путање $\alpha_{rel} = 0{,}01''$. Нацртај график $v_{rad}(t)$ за обе компоненте. Вредности апсолутних грешака су: $\Delta t = 0{,}001$ година, $\Delta v_{rad} = 0{,}2\ \mathrm{km\ s^{-1}}$. Одреди: период обиласка P, радијалну брзину центра маса $v_{rad}0$, масе обеју компоненти $\mathfrak{m}_A$ и $\mathfrak{m}_B$, дужину велике полуосе релативне орбите a_{rel} и хелиоцентрично растојање система D. Све ове вредности представи са одговарајућим апсолутним грешкама. Грешке величина преузетих из астрометријских мерења се занемарују. За разлику од релативне, где се разматра кретање једне компоненте у односу на другу, апсолутна орбита се односи на кретање око центра маса. Пројекција брзине орбитног кретања на визуру дата је изразом
$$\delta v_{rad} = \sin i\,[\sin\omega\,(v_r\cos\nu - v_t\sin\nu) - \cos\omega\,(v_r\sin\nu + v_t\cos\nu)]\,. \quad (1)$$
Ознаке: ω је угао између чворне и апсидне линије[1], ν је права аномалија[2], а v_r и v_t су компоненте брзине кретања по орбити дуж растојања до жиже r и нормално на њега, респективно. Маса материјалне тачке која се обилази у случају апсолутног кретања k-те звезде једнака је $\mathfrak{m}_j{}^3/\mathfrak{M}_{tot}{}^2$, $j \neq k$, где је $\mathfrak{M}_{tot}$ маса система.

[1] Спаја перицентар и апоцентар.

[2] Угао са теменом у жижи кога заклапа радијус-вектор небеског тела са полуправом повученом из те жиже ка перицентру.

Таблица 1: Подаци о компонентама двојне

Компонента А		Компонента В	
t	v_{rad}	t	v_{rad}
2015,028	$-3{,}1$	2015,044	25,4
2015,045	$-0{,}1$	2015,085	0,6
2015,075	7,5	2015,118	$-3{,}4$
2015,100	14,5	2015,155	$-12{,}0$
2015,146	23,7	2015,212	$-5{,}5$
2015,168	25,1	2015,294	26,1
2015,192	23,5	2015,321	31,5
2015,228	16,4	2015,410	14,3
2015,264	6,7	2015,528	$-10{,}4$
2015,308	$-3{,}0$	2015,598	14,1
2015,376	$-1{,}0$	2015,716	25,2
2015,427	12,0	2015,820	$-11{,}0$
2015,516	24,6	2015,898	$-0{,}5$
2015,600	6,6	2015,930	12,4
2015,672	$-5{,}0$		

Решење. Формулу (1) треба поједноставити. Нагиб је познат (50°), следи $\sin i = 0{,}76604$. С обзиром на то да је орбита кружна имамо $\omega = 0$, $v_r = 0$, $v_t = v$ и $\nu = (2\pi/P)t$. Тако формула (1) постаје

$$\delta v_{rad} = -0{,}76604 v \cos\left(\frac{2\pi}{P}t\right) \ .$$

Радијална брзина једне компоненте је збир $v_{rad}0 + \delta v_{rad}$, при чему важи да су промењљиви делови (δv_{rad}) различитог знака, а однос њихових апсолутних вредности је константан, тј. $|\delta v_{rad1}|/|\delta v_{rad2}| = v_1/v_2 = \mathfrak{m}_2/\mathfrak{m}_1$, а због кружног кретања константне су и брзине v_1 и v_2. Са графика налазимо вредности величина v_{rad0}, v_1, v_2 и P. Решења гласе: $v_{rad0} = 10 \mathrm{km\ s^{-1}}$, $v_1 = 19{,}6\ \mathrm{km\ s^{-1}}$, $v_2 = 27{,}4\ \mathrm{km\ s^{-1}}$ и $P = 0{,}3$ година. Пошто су орбите кружне, лако налазимо одговарајуће полупречнике: $r_1 = 0{,}1965$ ај, $r_2 = 0{,}2751$ај. Њихов збир подељен са α_{rel} нам даје растојање система од Сунца, $D = 47{,}16$ pc. Масе компонената се могу одредити на два начина. Као једноставнији, најпре ћемо употребити трећи Кеплеров закон примењен на релативну орбиту

$$\frac{{a_{rel}}^3}{P^2} = \mathfrak{M}_{tot} \ ,$$

што даје $\mathfrak{M}_{tot} = 1{,}1654\ \mathfrak{M}_{\odot}$ (јединице са леве стране су ај и година). Однос маса је реципрочан односу брзина, тј. полупречника, те следи: $\mathfrak{m}_1 = 0{,}68\ \mathfrak{M}_{\odot}$, $\mathfrak{m}_2 = 0{,}486\ \mathfrak{M}_{\odot}$.

Други начин је са коришћењем вредности брзина (орбите су кружне), на пр. за прву звезду

$$v_1{}^2 = \frac{G}{r_1} \frac{\mathfrak{m}_2{}^3}{\mathfrak{M}_{tot}{}^2} \ ,$$

где је G константа гравитације, а однос маса је познат. С обзиром на дате грешке имамо: $P = (0{,}300 \pm 0{,}001)$ година, $v_{rad0} = (10{,}0 \pm 0{,}2)\mathrm{km\ s^{-1}}$, $\alpha_{rel} = (0{,}472 \pm 0{,}004)$ aj, $D = (47 \pm 0{,}5)$ pc, $\mathfrak{m}_A \equiv \mathfrak{m}_1 = (0{,}68 \pm 0{,}03)\ \mathfrak{M}_\odot$, $\mathfrak{m}_B \equiv \mathfrak{m}_2 = (0{,}49 \pm 0{,}03)\ \mathfrak{M}_\odot$. Апсолутне грешке за прве две величине су оне дате у задатку, а за остале су израчунате преко релативних грешака – множење збир релативних грешака, за квадрат удвостручавање релативне грешке (квадрат брзине у случају масе).

ПОСМАТРАЊЕ

Рад на немој карти неба -карат је произвољно заротирана.

Упутство. Уз задатке иду две неме карте неба; на обема је назначено које задатке треба радити: „Задаци 1 и 2“ и „Задаци 3 и 4“; на погодан начин означи који део ком задатку одговара.

1. Ако се у датом тренутку Капела налази близу зенита, која сјајна звезда у том тренутку постиже горњу кулминацију? Означи ове две звезде на карти неба.
2. Ако је ректасцензија Прокиона (Процтиона) $\sim 7^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{m}}$, колика је, приближно, ректасцензија Алтаира. Означи ове звезде на карти неба.
3. Ако је ректасцензија Сунца у датом тренутку иста као и код Прокиона, у ком сазвежђу се налази Сунце? Уцртај положај Сунца на карти неба и заокружи тражено сазвежђе.
4. Која ће звезда пре изаћи: Арктур или Денебола? Означи ове две звезде на карти.

Решење. 1. Бетелгејзе, α Orionis. 2. Око $19^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{m}}$ јер су на супротним странама неба; Мали пас чија је најсјајнија звезда Прокион је зимско сазвежђе, а Орао (Алтаир његова α) је летње сазвежђе. 3. У Близанцима. 4. Денебола; ове две звезде се мало разликују по деклинацији (свега 5°), али је ректасцензија Денеболе мања за око 2,5 часова.