РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ 2014

ТЕОРИЈА

Задаци

1. Знајући да је 14. јуна временско изједначење приближно једнако нули један младић је одлучио да помоћу штапа дужине 1 m пободеног у земљу одреди географске координате места на коме се налази. У тренутку када је сенка штапа била најкраћа (82 cm), његов часовник је показивао $12^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{m}}$. На којим географским координатама би могао да се налази овај младић? Помози му да нађе зависност дужине сенке штапа од времена које показује његов часовник.

Решење. У тренутку правог поднева сенка је најкраћа и тада је часовни угао Сунца једнак нули, тј. Сунце се налази на меридијану. Да би се одредила географска ширина посматрача треба најпре одредити деклинацију и висину Сунца. Сунчева деклинација је повезана са временом помоћу следеће релације (може се показати на више начина од којих је један разматрање сферног троугла $\gamma S\Sigma$ у небеском екваторском координатном систему са означеном еклиптиком, где је γ тачка пролећне равнодневице, S пресек небеског екватора и пројекције визуре на раван небеског екватора, а Σ положај Сунца)

$$\sin\delta_{\odot} = \sin\varepsilon \sin\lambda_{\odot},$$

која проистиче из синусне теореме, где је ε нагиб између равни екватора и еклиптике (вид. константе), $\lambda_{\odot}$, лонгитуда Сунца. Додељивањем и деклинацији и лонгитуди Сунца вредности за дати дан и месец у години, с обзиром да лонгитуда стално расте и да је једнака нули на дан пролећне равнодневице (21. марта), за лонгитуду се може написати следећеи израз

$$\lambda_{\odot}(^{\circ}) = \frac{360}{f}(d-81)\,.$$

Овде d означава дан у години почев од 1. јануара, а f је број дана у тропској години, $f = 365{,}2422$. За 14. јун имамо $\lambda_{\odot} = 82^{\circ}48'$ одакле следи $\delta_{\odot} = 23^{\circ}15'$. Висина Сунца у горњој кулминацији дата је изразом

$$h = \mathrm{arctg}\frac{H}{l} \quad ,(1)$$

где је H дужина штапа , а l дужина његове сенке. Добија се $h = 50°39'$. Ако је наш младић на северној хемисфери, онда је

$$\varphi = 90 - h + \delta \,,$$

те се налази на $\varphi = 62°36'$; ако је на јужној, онда је

$$|\varphi| = 90 - h - \delta \,;$$

следи $\varphi = -16°6'$. Што се тиче географске дужине, расположив податак је само време са младићевог часовника. Разуме се, то може бити само зонско време или неко указно. На северној хемисфери у то доба године (средина јуна) уобичајено је да се један час додаје на зонско време. Следи да је зонско време $11^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{m}}$, а како је право подне и временско изједначење занемарљиво, средње време је $12^{\mathrm{h}}00^{\mathrm{m}}$. Оно је месно и следи да је географска дужина за 5° већа од дужине подневка који одговара средини зоне. Другим речима, младић се налази 5° источније од средине зоне. Ако је дато време ($12^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{m}}$) зонско, онда, с обзиром на полуширину часовне зоне (7,5°), разлика између месног и зонског времена може да буде највише пола часа. Једини излаз из ове ситуације да је младићев часовник радио по суседној зони ($z+1$). У циљу налажења зависности дужине сенке штапа од времена које показује младићев часовник разматра се сферни троугао $\Sigma Z P_n$, у коме је, као и раније, Σ Сунце, Z зенит, а P_n северни небески пол. Косинусна теорема примењена на њега даје

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta_{\odot} + \cos\varphi \cos\delta_{\odot} \cos t_{sd} \,.$$

Овде је знаком указана деклинација Сунца, а његов часовни угао је, по дефиницији, право време које показује сунчаник (енгл. sundial). Код висине нема никаквог додатног знака јер ће се она заменити познатим изразом (1). На основу тога се последњи израз решава по l (дужина сенке штапа). Добија се

$$l = H \mathrm{ctg}\, \arcsin\big(\sin\varphi \sin\delta_{\odot} + \cos\varphi \cos\delta_{\odot} \cos t_{sd}\big) \;.(2)$$

Овде се једино географска ширина сматра константном величином; за деклинацију Сунца се може узети иста вредност током истог дана у месецу, а остале се величине мењају непрекидно. Сада треба увести у израз показивање младићевог часовника уместо правог времена. Нека је то на пр. зонско време, тј. оно време које одговара географској дужини λ_0. Нека је његова ознака t, а за месно средње време t_{lm}, па је онда $t_{lm} = t + \Delta t$, при чему важи

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{360} = \frac{\Delta t}{24} \ ,$$

где је λ географска дужина младићевог места. Даље, с обзиром на добропознату релацију

$$t_{lm} = t_{sd} - \eta + 12 \ ,$$

а узимајући у обзир да је временско изједначење η за 14. јун приближно једнако нули, за време t које показује младићев часовник може се написати

$$t = t_{sd} + 12 - \Delta t \ .$$

Када се овај израз реши по t_{sd} и замени у (2), имаћемо тражену зависност дужине сенке од времена t које показује младићев часовник.

2. Зашто пролеће не почиње сваке године истог датума? Када ће пролеће почети 2044. године ако је 2013. почело 20. марта у $11^{\mathrm{h}}02^{\mathrm{m}}$ UTC (UTC – светско време)? Колико ће тог дана у Београду ($\varphi = 44°48'$) трајати обданица?

Решење. Временски размак између две узастопне пролећне равнодневице (почетак пролећа) назива се тропска година и износи 365,2422 средња Сунчева дана, или око 365 дана 5 часова и 49 минута. Календарска година мора да има цео број дана (365, односно 366, у зависности од тога да ле је проста или преступна). Због ове разлике пролеће не почиње сваке године истог датума.

Од 20. марта 2013. године до 20. марта 2044. године има 31 година од којих осам преступних. Укупан број календарских дана која садржи овај интервал N дат је као

$$N = 365 \cdot 31 + 8 = 11.323 \ .$$

Према трајању тропске године укупан број дана ће бити

$$T = 365{,}2422 \cdot 31 = 11.322{,}5082.$$

Разлика $N - T$ једнака је 0,4918, тј. $11^{\mathrm{h}}48^{\mathrm{m}}$. За толико раније ће пролеће 2044. године почети у поређењу са 2013. годином, тј. 2044. године пролеће ће почети 19. марта у $23^{\mathrm{h}}14^{\mathrm{m}}$ према UTC. У супротном сличају, $N - T < 0$, почетак пролећа би био каснији у односу на 2013. годину.

Под обданицом се подразумева временски размак између појаве горњег краја Сунчевог диска на хоризонту и тренутка када тај горњи крај поново буде на хоризонту. Овако дефинисано трајање обданице је веће од оног које бисмо имали када би Сунчев лик био тачкаст и када Земља не би имала атмосферу. Угаони полупречник Сунца износи 16’, а утицај Земљине атмосфере огледа се у појави астрономске рефракције, због које је најмања висина до које се тачкасто небеско тело може видети $h_{min} = -35'$. Сабирање ова два ефекта за минималну висину средишта Сунчевог диска даје вредност од $-51'$. Да је најмања висина једнака нули, на дан пролећне равнодневице обданица би, разуме се, трајала 12 часова. Процена продужења трајања $\Delta\tau$ се добија на следећи начин

$$\Delta\tau = 2\frac{\theta}{\omega} = 2\frac{\delta/2 + \rho}{\omega\cos\varphi} \ ,$$

где је δ угаони пречник Сунчевог диска, ρ рефракција, а ω угаона брзина, $\omega = 2\pi/T$ (T је трајање средњег Сунчевог дана). Множи се са 2 јер имамо излаз и залаз. Резултат је $\Delta\tau$ =9,6 минута.

Напомена. До овог резултата може се доћи и употребом сферне тригонометрије. Посреди је формула

$$\sin h = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t \ ,$$

која се за $\delta = 0$ (равнодневица) и своди на

$$\sin h = \cos\varphi\cos t \ .$$

Замењујући $h = -51'$ налазе се вредности часовног угла за почетак (III квадрант) и крај обданице (II квадрант).

3. Орбите звезда датог тројног система леже у истој равни. Маса звезде А је 1,05 Сунчевих маса, звезде В 1 Сунчева маса и звезде С 0,40 Сунчевих маса. Период обиласка звезде В око А износи 7,81 годину, а ексцентричност орбите је 0,6. Однос јачине гравитационог поља које потиче од звезде С на месту где се налази звезда В и специфичне силе (по јединици масе) за релативну орбиту звезда А и В никада не прелази вредност од 0,0035. Колики је минималан период обиласка звезде С око пара АВ?

Решење. Како по III Кеплеровом закону период обиласка зависи само од дужине велике полуосе орбите, минималан период ће одговарати најмањој дужини велике полуосе. Дакле, тражимо најмање растојање од пара АВ на које звезда С може да доспе.

Јачина гравитационог поља које ствара звезда С, у било којој тачки на растојању r_B од ње, дата је изразом

$$g = G\frac{\mathfrak{M}_C}{{r_B}^2} \quad ,$$

где је G универзална константа гравитације, $\mathfrak{M}_C$ маса звезде. Специфична сила за орбиту B око A дата је изразом

$$F_{sp} = G\frac{\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B}{{r_{AB}}^2} \quad ,$$

где је $\mathfrak{M}_A$ маса звезде A, $\mathfrak{M}_B$ маса звезде B, а r_{AB} њихово тренутно међусобно растојање. Количник g/F_{sp} се своди на производ два количника

$$\frac{g}{F_{sp}} = \frac{\mathfrak{M}_C}{\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B}\frac{{r_{AB}}^2}{{r_B}^2} \quad .$$

Први количник је константан, једнак је 0,195 (масе звезда су познате). Према услову задатка количник g/F_{sp} не може бити већи од 0,0035, тј. то је његова максимална вредност, стога однос квадрата растојања (други количник) мора бити максималан, а то ће се догодити када је r_{AB} максимално, а r_B минимално. За прву величину највећа вредност се догађа онда када су звезде A и B најдаље једна од друге (апоастрон), најмања вредност за другу величину догађа се када је звезда B најближа звезди C (звезда A се тада налази најдаље од звезде C). Трећи Кеплеров закон за дужину велике полуосе за пар AB даје 5 aj, а с обзиром на ексцентричност највеће растојање је $5 \cdot 1{,}6 = 8$ aj. Из израза за g/F_{sp} добија се $r_B = 60$ aj. С обзиром на чињеницу да су масе звезда A и B скоро једнаке, центар маса за њих је приближно на средини њиховог тренутног растојања. Следи да је најмање растојање звезде C од центра маса AB једнако [60+$(1/2)8$] aj, тј. 64 aj. Период обиласка звезде C око центра маса AB зависи од дужине велике полуосе, што је она већа, већи је и период. Закључујемо да је период најмањи када звезда C обилази око пара AB по кружници, тј. између звезде C и центра маса AB растојање је увек исто, 64 aj. У формулу трећег Кеплеровог закона се замењују: 64 aj и укупна маса све три звезде, једнака 2,45 $\mathfrak{M}_\odot$. Одговарајући период је 327,1 година.

4. Дата је звезда главног низа спектралне класе A0. За ову звезду се зна да јој је време боравка на главном низу једнако 537 милиона година (за Сунце је, на пример, то 10 милијарди година), да јој је луминозност 54 пута већа од Сунчеве, а ефективна температура 9520 K. Ако јој је центрифугална сила по јединици масе на екватору 6,3 пута слабија од одговарајуће гравитатционе силе, колико износи њен екваторски период обртања?

Решење. Време боравка на главном низу је сразмерно маси звезде, а обрнуто сразмерно луминозности. Пошто то време за Сунце износи 10 милијарди година, за масу ове звезде важи

$$\mathfrak{M}_s = \mathfrak{M}_\odot \frac{L_s}{L_\odot} \frac{\tau_s}{\tau_\odot} \quad ;$$

ознаке су $\mathfrak{M}$ за масу, L за луминозност и τ за време боравка, индекси се односе на звезду и Сунце, $\mathfrak{M}_s = 2{,}9\ \mathfrak{M}_\odot$. Следеће што треба да се израчуна је ефективна температура Сунца, $T_\odot$, која је једнака

$$T_\odot = \sqrt[4]{\frac{L_\odot}{4\pi\sigma {R_\odot}^2}} \quad .$$

Потребне вредности за луминозност и полупречник Сунца налазимо у списку констаната, σ је Штефан-Болцманова константа (такође константе). Знајући да је однос луминозности сразмеран производу R^2T^4 за полупречник звезде налазимо $R_s = 2{,}71\ R_\odot$. Сила гравитације по јединици масе на фотосфери звезде дата је познатим изразом

$$g(R_s) = G\frac{\mathfrak{M}_s}{{R_s}^2} \quad .$$

С обзиром да се у таблици констаната налазе вредности за Сунце, може се величина $g(R_s)$ изразити у јединицама SI система; добија се $g(R_s) = 109\ \mathrm{N\ kg^{-1}}$. Подељено вредношћу 6,3 то је $17{,}3\ \mathrm{N\ kg^{-1}}$. Центрифугална сила на екватору звезде потиче од њеног обртања и њена вредност по јединици масе је

$$F_{csp} = \omega^2 R_s \quad .$$

С обзиром на познату везу између угаоне брзине и периода за период обртања се добија

$$P_{rot} = \sqrt{\frac{4\pi^2 R_s}{F_{csp}}} \quad .$$

За период се коначно добија: $P_{rot} = 6{,}56 \times 10^4$ s, или 0,76 дана.

5. Посматрања радио-галаксије удаљене од нас милијарду светлосних година показала су да је из ње избачен компактан радио-извор који се за годину дана удаљио од језгра

галаксије 10^{-3} “. Ако претпоставимо да се радио-извор креће праволинијски брзином блиском брзини светлости, под којим је углом у односу на визуру радио-извор избачен?

Решење. Године 1966. Мартин Рис (Универзитет у Кембрицу, Велика Британија) предвидео је да „за неки објект који се креће релативистичком брзином у одређеном (погодном) правцу, удаљеном посматрачу може да изгледа као да је његова трансверзална брзина много већа од брзине светлости“. Неколико година касније такво кретање је заиста детектовано за неке веома удаљене радио-изворе, као што су радио-галаксије и квазари. Такви извори и такво кретање називају се суперлуминарни, тј. бржи од светлости. Откривени су као резултат примене тада нове технике познате као радио-интерферометрија са веома дугачком основицом (енгл. very long base-line interferometry, VLBI) која је омогућила мапирање морфолошког изгледа радио-извора са тачношћу бољом од једне лучне милисекунде. Суперлуминарно кретање *није* противречно теорији релативности! Суперлуминарни радио-извор може да се моделује као објект (један или више) који се релативистичком брзином удаљава од стационарног језгра. Замисли један објект (облак или сноп честица или гушће материје) избачен из језгра и који се креће релативистичком брзином скоро директно ка посматрачу. У тренутку када је објект кренуо из језгра, он је емитовао електромагнетно зрачење (не мора да буде у радио-домену). После неког времена, крећући се и даље, опет ће емитовати електромагнетно зрачење ка посматрачу (наравно, објект стално емитује зрачење током свог кретања, али га ми не меримо непрестано, већ само у одређеним тренуцима). Међутим, пошто се сада објект налази ближе посматрачу, овом електромагнетном зрачењу ће бити потребно мање времена да стигне до њега. Ако ову чињеницу не узмемо у обзир, онда ћемо заправо потценити временски интервал и прецeнити брзину. Исто важи и за објекте који се удаљавају од посматрача, с тим што бисмо тада за брзину добили много мању вредност од стварне брзине. (За детаљније објашњење види на пр. F. H. Shu, *The Physical Universe*, University Science, Mill Valley, CA, 1982, p. 313. Такође погледај http://spiff.rit.edu/classes/phys200/lectures/superlum/superlum.html)

Веза између стварне брзине објекта v, посматране трансверзалне (привидне) брзине удаљавања објекта од језгра v_p и угла између правца кретања објекта и визуре ϑ дата је релацијом (у наставку решења ћемо извести ову релацију)

$$v_p = \frac{v \sin\vartheta}{1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta} \quad . (3)$$

Ова једначина важи само ако је језгро из кога је избачен објект у стању мировања у односу на посматрача, што, наравно, није случај. Без обзира на то, кретање језгра се занемарује.

Једноставан пример би био са правоуглим троуглом У коме је угао ϑ код темена А. Страница АВ је хипотенуза и ако је теме А даље од Земље него теме С за 4 светлосне године, а катета СВ дугачка 3 светлосне године, дужина хипотенузе је, јасно, 5 светлосних година. Зрачење наставља свој пут ка Земљи, али се има у виду да је од тачке А до С било потребна једна година мање него од А до В. Посматрачу изгледа да објект кренувши из језгра у тангенцијалној равни прелази пут од С до В дугачак 3 светлосне године за само годину дана! Одговарајућа брзина једнака $3c$ потиче само од ефекта пројекције, зрачење из објекта у тренутку када је кренуо из језгра прелази пут АС за 4 године, а објект прелази свој пут АВ за 5 година.

Нека је t време потребно објекту да пређе пут АВ својом брзином v. У пројекцији на визуру брзина је $v\cos\vartheta$, а одговарајући пут је $vt\cos\vartheta$. За исто време светлост дуж визуре пређе пут ct. Овај пут је за $c\Delta t$ дужи од $vt\cos\vartheta$. Следи

$$\Delta t = t\left(1-\frac{v}{c}\cos\vartheta\right)\ .$$

У тангенцијалној равни објект је прешао пут ΔL, који је по дефиницији једнак $vt\sin\vartheta$. Међутим мерено време је Δt (у овом случају годину дана), па је привидна брзина v_p

$$v_p = \frac{\Delta L}{\Delta t}\ .(4)$$

Пошто су изрази и за бројилац и за именилац познати, добија се

$$v_p = \frac{v\sin\vartheta}{1-\frac{v}{c}\cos\vartheta}\quad ,$$

а то је формула (3). Величине Δt и ΔL из формуле (4) су познате. Прва је једнака једној години, а друга φd, $\varphi = 10^{-3}$ “$= 4{,}848\times10^{-9}$ rad, $d = 10^9$ светлосних година. За брзину кретања објекта се усваја $v \approx c$. Тако се добија следећа једначина по ϑ

$$\frac{v_p}{c} = \frac{\sin\vartheta}{1-\cos\vartheta}\ \ ,$$

која се лако претвара у квадратну

$$(\beta^2+1)\cos^2\vartheta - 2\,\beta^2\cos\vartheta + \beta^2 - 1 = 0\ \ ,$$

где је $\beta = v_p/c$, прихватамо решење према коме је тражени угао једнак 23,3°. Као што се из формуле (3) јасно види, ако је $v \ll c$ (класична физика), онда је именилац практично једнак 1. Исто се догађа и у релативистичком случају када $\vartheta \longrightarrow 90°$, тј. када је кретање нормално на визуру.

ОБРАДА ПОДАТАКА

1. На слици је дат модел криве сјаја једне двојне звезде добијен на основу дугогодишњих посматрања (на апсциси је време у данима, а на ординати визуална звездана величина). За обе звезде су измерене хелиоцентричне радијалне брзине. Код прве звезде брзина се мења у границама од $\pm 50\ \mathrm{km\ s^{-1}}$, а код друге $\pm 80\ \mathrm{km\ s^{-1}}$. Познато је да су орбите звезда кружне, да су помрачења централна, температура прве звезде је 10.000 K и она је топлија од друге. Одреди полупречнике орбита, полупречнике звезда и температуру друге звезде. Шта можеш да кажеш о овом двојном систему?
   График је доступан на упит.

Решење. Са криве сјаја: период обиласка $P = 20$ дана, укупно трајање помрачења $\Delta T = 2$ дана, трајање фазе потпуног помрачења $\Delta F = 1$ дан, дубина главног минимума $\Delta m_1 = 1$, дубина секундарног $\Delta m_2 = 0{,}5$. Укупно трајање помрачења, ΔT, је пропорционално збиру пречника звезда, а трајање фазе потпуног помрачења, ΔF, је пропорционално разлици пречника. Ако са κ означимо коефицијент пропорционалности, онда је

$$D_1 + D_2 = \kappa \times 2\ ,$$

$$D_2 - D_1 = \kappa \times 1\ .$$

Одавде следи однос пречника $D_2/D_1 = 3$, тј. $D_1 = \kappa \times 0{,}5$, $D_2 = \kappa \times 1{,}5$ (времена у данима). Пошто су помрачења централна, времена одговарају путевима једнаким полупречницима. Релативна брзина је једнака збиру апсолутних вредности - $v_{rel} = (50 + 80)\ \mathrm{km\ s^{-1}}$, те следи да је полупречник прве звезде: $R_1 = (1/2) \times 130 \times 43.200 = 2{,}808 \times 10^6$ km, а онда $R_2 = 8{,}424 \times 10^6$ km. Полупречник релативне орбите a се добија на следећи начин

$$a = \frac{v_{rel} P}{2\pi}\ \ ,$$

јер је она кружна; $a = 3{,}6 \times 10^7$ km (појединачно - $a_1 = 1{,}4 \times 10^7$ km, $a_2 = 2{,}2 \times 10^7$ km). За време главног минимума помрачује се топлија звезда (зашто?). Следи, с обзиром на то да је луминозност пропорционална R^2T^4,

$$\log \frac{L_1 + L_2}{L_2} = 0{,}4\,.$$

Одавде следи

$$T_2 = \frac{T_1}{\sqrt[4]{1{,}5\sqrt{3}}}\ .$$

Налазимо $T_2 = 5200$ K.

2. Ексцес боје. Разлика одговарајућих звезданих величина за исти објект, а за различите таласне дужине назива се индекс боје. Најчешће се користе таласне дужине у плавом делу спектра означене са B (blue, енг.) и у визуалном означене са V (visual, енг.). Разлика апсолутних величина M_b и M_v истог објекта је његов стварни индекс боје; разлика одговарајућих привидних величина m_b и m_v назива се мерени или привидни индекс боје. Ова два индекса боје се у општем случају разликују (зашто? – за такмичаре да размисле) и њихова разлика се назива *ексцес боје*. У таблици су дати подаци за један скуп збијених звезданих јата која припадају галаксији Млечни пут. У ступцима таблице налазе се, с лева на десно, следеће величине: број јата (по номенклатури Међународне астрономске уније, МАУ), привидна визуална величина V_T (индекс T потиче од енглеске речи *total* што значи укупна), апсолутна визуална величина M_V, хелиоцентрично растојање јата D_0 и међузвездана екстинкција у плавом делу спектра A_B. Сви ови подаци односе се на јато као целину. За свако јато израчунај ексцес боје E_{B-V} и међузвездану екстинкцију у визуалном делу спектра A_V. Затим нацртај график A_V у функцији E_{B-V}. На основу добијеног графика изведи закључак о облику ове функције и израчунај вредност коефицијента. Дата је још и карта за прелаз из небеских екваторских координата у галактичке. Број јата у таблици одговара његовим небеским екваторским координатама; на пр. C0737−337 значи да је ректасцензија $7^{\mathrm{h}}37^{\mathrm{m}}$, а деклинација $-33{,}7°$ (јужна хемисфера). Уцртај збијена јата и изведи закључак о међузвезданој екстинкцији у односу на положај у Млечном путу.

МАУ број	V_T	M_V	D_0 [kpc]	A_B
C0737-337	14,0	$-6{,}50$	57,7	2,22
C1003+003	13,92	$-5{,}90$	88,1	0,13
C1620-264	5,76	$-6{,}83$	1,9	1,60
C1714-237	10,56	$-6{,}01$	5,8	3,64
C1732-304	15,90	$-4{,}10$	10,6	6,39
C1802-075	9,77	$-7{,}69$	8,4	3,75
C1806-259	8,06	$-7{,}95$	5,2	3,21
C1746-203	9,05	$-8{,}41$	6,5	4,49
C1916$+184$	13,22	$-5{,}58$	10,6	4,82
C1938-341	12,4	$-6{,}40$	48,2	0,50

Решење. Међузвездана екстинкција у видљивом делу спектра, A_V, рачуна се из разлике привидне и апсолутне визуалне величине јата:

$$V_T - M_V = 5\log D_0 - 5 + A_{\mathbf{V}} \;\Rightarrow\; A_V = V_T - M_V - 5(\log D_0 - 1)\ ,$$

а ексцес боје из дефиниције дате у задатку, $E_{B-V} = A_B - A_V$. После додавања два ступца таблица изгледа овако:

МАУ број	V_T	M_V	D_0 [kpc]	A_B	A_V	E_{B-V}
C0737-337	14,0	$-6{,}50$	57,7	2,22	1,69	0,53
C1003+003	13,92	$-5{,}90$	88,1	0,13	0,10	0,03
C1620-264	5,76	$-6{,}83$	1,9	1,60	1,20	0,40
C1714-237	10,56	$-6{,}01$	5,8	3,64	2,75	0,89

C1732−304	15,90	$-4{,}10$	10,6	6,39	4,87	1,52
C1802−075	9,77	$-7{,}69$	8,4	3,75	2,84	0,91
C1806−259	8,06	$-7{,}95$	5,2	3,21	2,43	0,78
C1746−203	9,05	$-8{,}41$	6,5	4,49	3,40	1,09
C1916+184	13,22	$-5{,}58$	10,6	4,82	3,67	1,15
C1938−341	12,4	$-6{,}40$	48,2	0,50	0,38	0,12

Одговарајући график, $A_V = \mathrm{f}(E_{B-V})$, је права линија чија је једначина: $A_V = 3{,}2E_{B-V} - 0{,}03$.

У следећој таблици су дате галактичке координате збијених јата: лонгитуда (l) и латитуда (b) у степенима; на карти су провизорно уцртана јата са редним бројевима који одговарају редоследу у претходној таблици. Карта је за епоху B1950,0 за коју средиште Млечног пута има следеће координате: $\alpha = 17^{\mathrm{h}}42{,}4^{\mathrm{m}}$, $\delta = -28{,}92°$.

МАУ број	l	b
C0737−337	248,13	$-5{,}88$
C1003+003	240,14	41,86
C1620−264	350,97	15,97
C1714−237	000,97	8,00
C1732−304	357,56	0,99
C1746−203	7,73	3,80
C1802−075	20,80	6,78
C1806−259	5,25	$-6{,}03$
C1916+184	52,44	2,73
C1938−341	5,76	$-24{,}56$

ПОСМАТРАЊЕ

1. Одреди и уцртај γ-тачку на карти имајући у виду да је одстојање између Урана и Нептуна приближно 30°. (Решавати без употребе алињмана. Поступак учинити уочљивим.)
2. На карти означи зодијачка сазвежђа – на српском и латинском (може и транслитерацијом, тј. фонетски како се чита).
3. Означи на карти сазвежђе Гуштера (Lacerta).
4. Пронађи на карти сезонске астеризме. Напиши њихова имена и имена звезда које се виде.
5. У које доба дана се видела Венера за случај приказан на карти? Образложи одговор.

Решење.

1. Види карту бр. 1. Реконструисати еклиптику тако да повучена линија садржи Сунце и видљиве планете. Имајући у виду датум израчунати колико је прошло од претходне равнодневице ($\approx 21.3.$). Из горњег се добија да је прошло ≈30 дана. Знајући да се Сунце током године помера по 1° дневно дуж еклиптике, а имајући у виду понуђену размеру од 30° потребно је само то одстојање пресликати од Сунца на десно чиме се добија тачка на еклиптици која приближно одговара положају Сунца у равнодневици,тј. месту где се налази γ-тачка.

2. Види карту бр. 1. Бик – Taurus (Tau), Ован – Aries (Ari), Рибе – Pisces (Psc), Водолија – Aquarius (Aqr).

3. Види карту бр. 1.

4. Види карту бр. 1. Јесењи четвороугао: Маркаб (α Peg), Шеат (β Peg), Алгениб (γ Peg), Алфрац или Сирах (α And); део Летњег троугла: Денеб (α Cyg); део Зимског шестоугла: Капела (α Aur) и Алдебаран (α Tau).

5. Види карту бр. 2. Пошто се са карте види да Венера има већу ректасцензију од Сунца, значи да Венера излази после Сунца и залази после њега, па се може видети на вечерњем небу, након заласка Сунца. Одговор постаје јаснији када се зна како је оријентисана еклиптика над хоризонтом (како га сече). Еклиптика се над хоризонтом „клати“ током године унутар неког опсега, али увек на исту страну сече хоризонт: на источној, односно на западној (види карту 2).

Слике се могу добити на упит.