

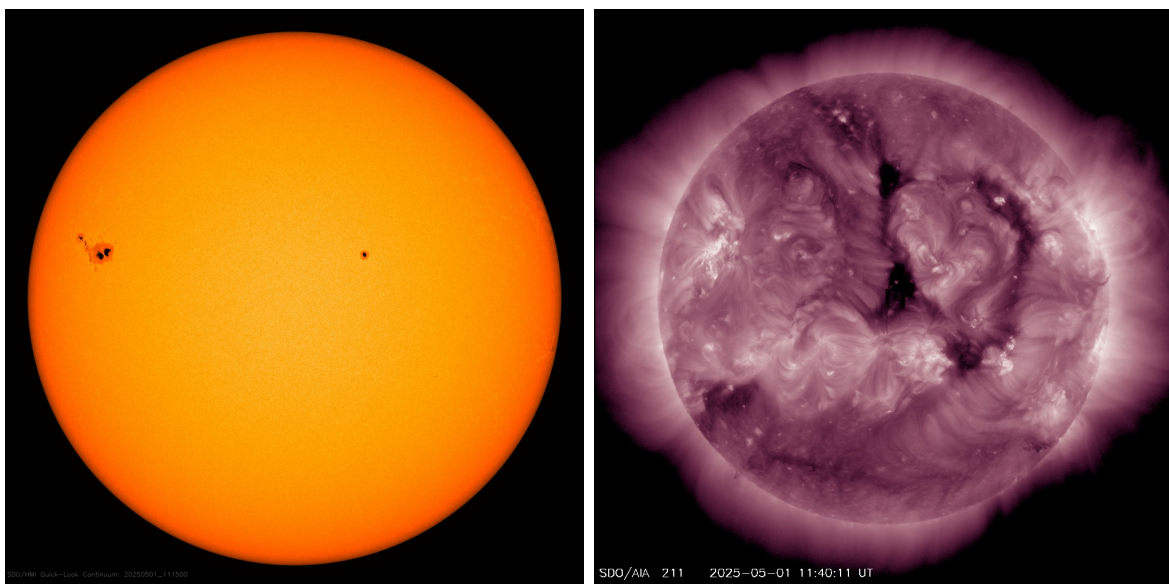
## ЗАДАЦИ ЗА ТЕОРИЈСКИ ДЕО ЗА РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ 3-4. мај 2025. године

### Задаци (укупно 100 поена)

1. Површина Сунца (такозвана фотосфера) има температуру око 6000 К. Сунчева корона (највиши слој Сунчеве атмосфере, ниске густине) има температуру око 2 милиона К. Под претпоставком да и Сунчева површина и Сунчева корона зраче као апсолутно црно тело, упоредити сјај површине и короне на таласним дужинама 500 nm (видљиво зрачење) и 20 nm (ултраљубичасто). (5 поена)

Густина зрачења апсолутног црног тела је дата са:  $u(\lambda) = \frac{8\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$ , где је  $h$  Планкова константа,  $k$  Болцманова константа,  $c$  брзина светлости,  $\lambda$  таласна дужина.

Требао би да сте добили да корона више зрачи и у видљивом и у ултраљубичастом делу спектра. Сlike Сунца недвосмислено показују да корону видимо само на ултраљубичастим таласним дужинама (слика 1). Објаснити овај феномен. (5 поена)



Слика 1: Слика Сунца у видљивом (лево) и ултраљубичастом (десно) делу спектра.

2. Стара планетарна маглина са белим патуљком у свом средишту налази се на растојању од 50 парсека од Земље. Тачно у истом правцу, али иза маглине, налази се још један бели патуљак идентичан оном првом, али на растојању од 150 парсека од Земље. Сматрати да оба бела патуљка имају апсолутну болометријску величину једнаку 14,2 и индексе боје  $(B - V)_0 = 0,300$  и  $(U - V)_0 = 0,330$ . Постоји и међузвездана екстинкција као и екстинкција унутар планетарне маглине. Када меримо индекс боје ближег белог патуљка (оног у средишту маглине), налазимо вредности  $(B - V)_1 = 0,327$  и  $(U - V)_1 = 0,038$ . У правцу ка овим белим патуљцима, међузвездана екстинкција по јединици растојања износи за  $U = 1,50$ , за  $B = 1,23$  и за  $V = 1,00$  (јединица је звездана величина по килопарсеку). Израчунај колики би били измерени индекси боје за даљег патуљка. **(20 поена)**
3. Размотри супернову типа Ia у удаљеној галаксији чија је луминозност у максимуму сјаја  $5,8 \cdot 10^9 L_\odot$ . Претпостави да си, посматрањем ове супернове телескопом, нашао/ла да је однос њеног сјаја и сјаја Вега  $1,6 \cdot 10^{-7}$ . Колико је удаљена ова галаксија (у парсецима)? Уколико црвени помак галаксије у којој је супернова експлодирала износи  $z = 0,05$ , израчунај Хаблово време. **(20 поена)**
4. Збијено звездано јато M13 ( $\alpha = 16^h 41^m 41,5^s$ ,  $\delta = 36^\circ 27' 39''$ ) које је удаљено од нас 6,8 крс посматра се из Напуља ( $\varphi = 40^\circ 51' 12''$ ). Да ли се M13 може посматрати током целе године (доказати)? Одредите најповољнији тренутак за посматрање овог објекта - приближно доба године, висину изнад хоризонта и звездано време. При одређивању критеријума узети у обзир координате Сунца као и висину објекта изнад хоризонта. Занемарити утицај рефракције. **(20 поена)**
5. У сочивастој галаксији NGC 6027 ( $\alpha_1 = 15^h 59^m 13^s$ ,  $\delta_1 = 20^\circ 45' 48''$ ) посматрали смо  $H\alpha$  спектралну линију на таласној дужини од  $\lambda = 666 \text{ nm}$ . Маса спиралне галаксије NGC 6902 ( $\alpha_2 = 20^h 24^m 28^s$ ,  $\delta_2 = -43^\circ 39' 12''$ ) је око  $7 \cdot 10^{11} M_\odot$ , њен полупречник је 54 крс и њена привидна магнитуда је  $11,82^m$ . Израчунајте физичку удаљеност између галаксија. Лабораторијска таласна дужина за  $H\alpha$  линију је  $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$ .

**Савет:** Можда ће вам бити корисна Тали-Фишера релација.

$$\frac{L}{4 \cdot 10^{10} L_\odot} \approx \left( \frac{V_{max}}{200 \text{ km/s}} \right)^4$$

**(30 поена)**

# Константе, астрономски подаци и корисне формуле

| Јединице   |   |       |
|--|---|-------|
| 1 радијан (rad)                                  | $\approx 57,296^\circ \approx 206\,265''$   |       |
| 1 лучна секунда ( $''$ )                         | $\approx 4,848 \times 10^{-6}$ rad          |       |
| 1 астрономска јединица (aj)                      | $1,5 \times 10^{11}$ m                      |       |
| 1 парсек (pc)                                    | $206\,265$ aj = $3 \times 10^{16}$ m        |       |
| производ парсека и лучне секунде (1 pc $''$ )    | $4,74$ km s $^{-1}$                         |       |
| Константе  |   |       |
| гравитациона константа ( $G$ )                   | $6,67 \times 10^{-11}$ N m $^2$ kg $^{-2}$  |       |
| Планкова константа ( $h$ )                       | $6,62 \times 10^{-34}$ J s                  |       |
| Болцманова константа ( $k_B$ )                   | $1,38 \times 10^{-23}$ J K $^{-1}$          |       |
| Штефан-Болцманова константа ( $\sigma$ )         | $5,67 \times 10^{-8}$ W m $^{-2}$ K $^{-4}$ |       |
| Ридбергова константа ( $R_\infty$ )              | 10973731,568539(55) m $^{-1}$               |       |
| Хаблова константа ( $H_0$ )                      | 70 km s $^{-1}$ Mpc $^{-1}$                 |       |
| брзина светлости ( $c$ )                         | 299 792 458 m s $^{-1}$                     |       |
| Астрономски подаци                               |   |       |
| маса ( $M_\oplus$ )                              | $5,97 \times 10^{24}$ kg                    | Земља |
| полупречник (екваторски) ( $R_\oplus$ )          | $6,378 \times 10^6$ m                       |       |
| нагиб еклиптике према екватору ( $\varepsilon$ ) | 23° 26'                                     |       |
| тропска година                                   | 365,2422 средња Сунчева дана                |       |
| звездана година                                  | 365,2564 средња Сунчева дана                |       |
| алbedo   | 0,39  |       |
| маса ( $M_\zeta$ )                               | $7,35 \times 10^{22}$ kg                    | Месец |
| полупречник ( $R_\zeta$ )                        | $1,738 \times 10^6$ m                       |       |
| средње растојање од Земље                        | $3,84 \times 10^8$ m                        |       |
| нагиб орбите према еклиптици ( $i$ )             | 5,14°                                       |       |
| алbedo   | 0,14  |       |
| привидна величина ( $m_v$ )                      | -12,74                                      |       |
| маса ( $M_\odot$ )                               | $1,99 \times 10^{30}$ kg                    | Сунце |
| полупречник ( $R_\odot$ )                        | $6,96 \times 10^8$ m                        |       |
| паралакса ( $\pi_\odot$ )                        | 8'',794148                                  |       |
| луминозност ( $L_\odot$ )                        | $3,83 \times 10^{26}$ W                     |       |
| апсолутна величина ( $M_v$ )                     | 4,72  |       |
| привидна величина ( $m_v$ )                      | -26,75                                      |       |

## Корисне формуле

Сферна тригонометрија, Гаусови обрасци:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad \text{косинусна теорема}$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \quad \text{синусна теорема}$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \quad \text{синусно-косинусна теорема}$$

Великим словима су означени углови у сферном троуглу, а малим странице; наспрам угла  $A$  налази се страница  $a$  итд.

Нормална (Гаусова) расподела:  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]$ .

Ридбергова формула:  $\frac{1}{\lambda_0} = R_\infty \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$ .

Приближне формуле:

$$\log(1+x) \approx x \frac{1}{\ln 10} \quad \text{за } |x| \ll 1$$

$$(1 \pm x)^m \approx 1 \pm mx \quad \text{за } |x| \ll 1$$

$$\sin x \approx x \quad \text{за } x \approx 0^{\text{rad}}$$

$$\cos x \approx 1, \text{ или } \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \quad \text{за } x \approx 0^{\text{rad}}$$

# РЕШЕЊА

1. Површина Сунца (такозвана фотосфера) има температуру око 6000 К. Сунчева корона (највиши слој Сунчеве атмосфере, ниске густине) има температуру око 2 милиона К. Под претпоставком да и Сунчева површина и Сунчева корона зраче као апсолутно црно тело, упоредити сјај површине и короне на таласним дужинама 500 nm (видљиво зрачење) и 20 nm (ултраљубичасто). **(5 поена)**

Требало би да сте добили да корона више зрачи у видљивом и у ултраљубичастом делу спектра. Међутим, слике Сунца недвосмислено показују да корону видимо само на ултраљубичастим таласним дужинама (види слику). Објаснити овај феномен. **(5 поена)**

Заменом датих бројки у Планков закон, добија се да је однос густина зрачења короне и фотосфере на таласној дужини 500 nm:

$$\frac{u(\lambda = 500\text{nm}, T = 2 \times 10^6\text{K})}{u(\lambda = 500\text{nm}, T = 6000\text{K})} \approx 8300 \quad (1)$$

**(2,5п)**

$$\frac{u(\lambda = 30\text{nm}, T = 2 \times 10^6\text{K})}{u(\lambda = 30\text{nm}, T = 6000\text{K})} \approx 3 \times 10^{52} \quad (2)$$

**(2,5п)**

Дакле корона је много сјајнија и у видљивом и у ултраљубичастом домену, али је та разлика у ултраљубичастом делу спектра много много већа.

Међутим, како је корона много ређа од фотосфере **(1,5 п)**, укупна енергија коју корона израчи треба скалирати са густином честица које емитују **(1,5 п)**. Густина короне је барем милијарду пута мања од густине фотосфере, што значи да зрачење фотосфере надмашује зрачење короне у видљивом али не и у ултраљубичастом делу спектра, што објашњава слику 1 **(2п)**.

2. Стара планетарна маглина са белим патуљком у свом средишту налази се на растојању од 50 парсека од Земље. Тачно у истом правцу, али иза маглине, налази се још један бели патуљак идентичан оном првом, али на растојању од 150 парсека од Земље. Сматрати да оба бела патуљка имају апсолутну болометријску величину једнаку 14,2 и индексе боје  $(B - V)_0 = 0,300$  и  $(U - V)_0 = 0,330$ . Постоји и међузвездана екстинкција као и екстинкција унутар планетарне маглине. Када меримо индекс боје ближег белог патуљка (оног у средишту маглине), налазимо вредности  $(B - V)_1 = 0,327$  и  $(U - V)_1 = 0,038$ . У правцу ка овим белим патуљцима, међузвездана екстинкција по јединици растојања износи за  $U = 1,50$ , за  $B = 1,23$  и за  $V = 1,00$  (јединица је звездана величина по килопарсеку). Израчунај колики би били измерени индекси боје за даљег патуљка. **(20 поена)**

**Одговор:**

Нека су  $B_0, V_0, U_0$  привидне величине белог патуљка без екстинкције;  $A_B, A_V, A_U$  коефицијенти међузвездане екстинкције по килопарсеку; и нека су  $A_{pmB}, A_{pmV}, A_{pmU}$  коефицијенти екстинкције од центра планетарне маглине, где се налази први бели патуљак, до њене границе.

Добијамо индексе боја:

$$\begin{aligned}(U - B)_0 &= (U - V)_0 - (B - V)_0 = 0,330 - 0,300 = 0,030 \\(U - V)_1 &= (U - B)_1 + (B - V)_1 = 0,038 + 0,327 = 0,365\end{aligned}$$

**(1п+1п)**

Укупна екстинкција је онда сразмерна:

$$A_\lambda^{tot} = A_\lambda \cdot d + A_{pm\lambda}$$

**(2п)**

Односно, за посматрани индекс боје (где се  $n$  односи на белог патуљка;  $n = 1$  за белог патуљка унутар планетарне маглине, а  $n = 2$  за белог патуљка који се налази иза планетарне маглине) добијамо:

$$(B - V)_n = (B - V)_0 + (A_B^{tot} - A_V^{tot})$$

**(2п)**

За белог патуљка унутар планетарне маглине:

$$\begin{aligned}(B - V)_1 &= (B - V)_0 + (A_B - A_V)d + (A_{pmB} - A_{pmV}) \\A_{pmB} - A_{pmV} &= (B - V)_1 - (B - V)_0 - (A_B - A_V)d \\&= 0,327 - 0,300 - (1,23 - 1,00) \cdot 0,05 = 0,0155\end{aligned}$$

**(1,5п+0,5п)**

$$\begin{aligned}A_{pmU} - A_{pmV} &= (U - V)_1 - (U - V)_0 - (A_U - A_V)d \\ &= 0,365 - 0,330 - (1,50 - 1,00) \cdot 0,05 = 0,0100\end{aligned}$$

**(1,5п+0,5п)**

$$\begin{aligned}A_{pmU} - A_{pmB} &= (U - B)_1 - (U - B)_0 - (A_U - A_B)d \\ &= 0,038 - 0,030 - (1,50 - 1,23) \cdot 0,05 = -0,0055\end{aligned}$$

**(1,5п+0,5п)**

За другог белог патуљка, екстинкција у планетарној маглини биће два пута већа, јер његова светлост мора да пређе дуж целог пречника маглине. Екстинкција дуж пута кроз међузвездани простор је три пута већа за светлост са овог патуљка, јер је три пута даљи **(2п)** :

$$\begin{aligned}(B - V)_2 &= (B - V)_0 + 3(A_B - A_V)d + 2(A_{pmB} - A_{pmV}) \\ &= 0,300 + 3 \cdot (1,23 - 1,00) \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,0155 = 0,3655\end{aligned}$$

**(1,5п + 0,5п)**

$$\begin{aligned}(U - V)_2 &= (U - V)_0 + 3(A_U - A_V)d + 2(A_{pmU} - A_{pmV}) \\ &= 0,330 + 3 \cdot (1,50 - 1,00) \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,0100 = 0,425\end{aligned}$$

**(1,5п + 0,5п)**

$$\begin{aligned}(U - B)_2 &= (U - B)_0 + 3(A_U - A_B)d + 2(A_{pmU} - A_{pmB}) \\ &= 0,030 + 3 \cdot (1,50 - 1,23) \cdot 0,05 - 2 \cdot 0,0055 = 0,0595\end{aligned}$$

**(1,5п + 0,5п)**

3. Размотри супернову типа Ia у удаљеној галаксији чија је луминозност у максимуму сјаја  $5,8 \cdot 10^9 L_{\odot}$ . Претпостави да си, посматрањем ове супернове телескопом, нашао/ла да је однос њеног сјаја и сјаја Веге  $1,6 \cdot 10^{-7}$ . Колико је удаљена ова галаксија (у парсецима)? Уколико црвени помак галаксије у којој је супернова експлодирала износи  $z = 0,05$ , израчунај Хаблово време. (20п)

**Одговор:**

Дат је однос осветљености између супернове и Веге:

$$\frac{E_{sn}}{E_V} = 1,6 \cdot 10^{-7}.$$

(2п)

Знамо да је привидна магнитуда за Вегу  $m_V \approx 0^m$  (1п). Потребно је сетити се Погсоновог закона (гледамо супернову и Вегу):

$$m_V - m_{sn} = 2,5 \log \frac{E_{sn}}{E_V},$$

одакле следи да је

$$m_{sn} = 16,99^m.$$

(3п + 1п)

Даље, постоји слична веза између луминозности и апсолутне магнитуде (овај пут гледамо супернову и Сунце):

$$M_{\odot} - M_{sn} = 2,5 \log \frac{L_{sn}}{L_{\odot}}.$$

Апсолутна магнитуда Сунца је  $M_{\odot} = 4,74^m$ , те уз  $L_{sn} = 5,8 \cdot 10^9 L_{\odot}$  добијамо:

$$M_{sn} = -19,67^m.$$

(3п + 1п)

Једна од основних фотометријских релација (где нам фигурише растојање) је:

$$M = m + 5 - 5 \log d,$$

(2п)

одакле добијамо раздаљину тражену раздаљину до галаксије:

$$d = 10^{0,2(m_{sn} - M_{sn} + 5)} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ pc} = 214 \text{ Mpc}.$$

(2п)

Ако је  $t_H$  Хаблово време, тада из Хабловог закона и апроксимативне релације између црвеног помака и брзине (за мале црвене помаке) имамо:

$$t_H = \frac{1}{H_0} = \frac{d_{\text{sn}}}{v_{\text{sn}}} = \frac{d_{\text{sn}}}{cz}.$$

(3п)

Сад, само рачунамо:

$$\begin{aligned} t_H &= \frac{2,14 \cdot 10^8 \text{pc}}{1,5 \cdot 10^4 \text{km/s}} = \frac{2,14 \cdot 3 \cdot 10^{24} \text{m}}{1,5 \cdot 10^7 \text{m/s}} \\ &= 4,28 \cdot 10^{17} \text{s} \approx 1,4 \cdot 10^{10} \text{god.} \end{aligned}$$

(2п)



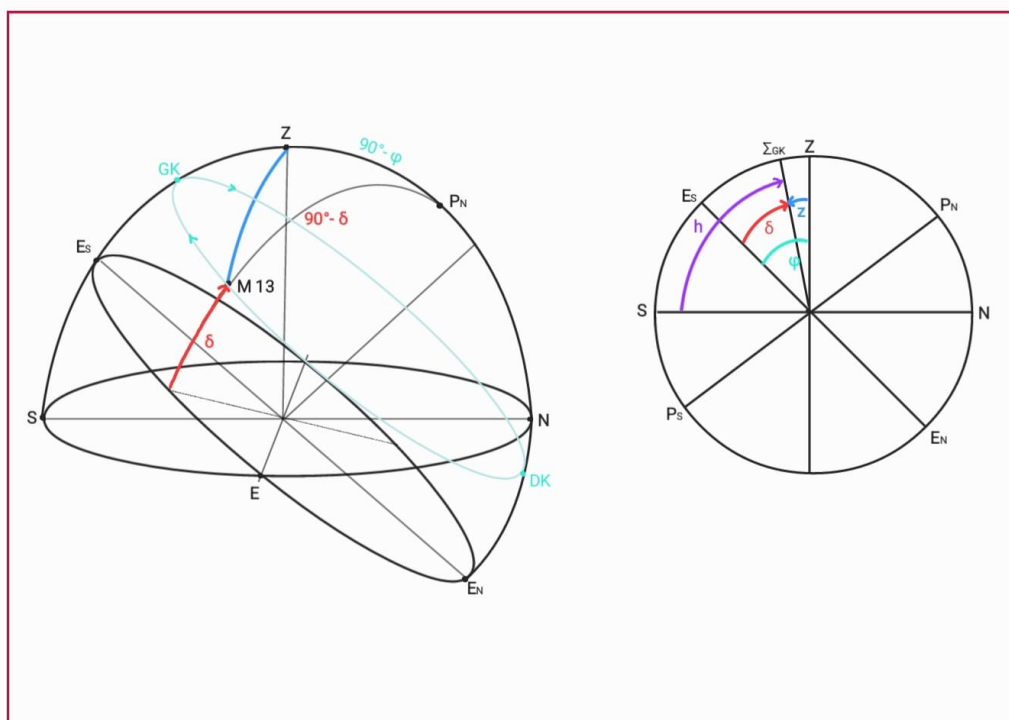
4. Збијено звездано јато M13 ( $\alpha = 16^h41^m41,5^s$ ,  $\delta = 36^\circ27'39''$ ) које је удаљено од нас 6,8 крс посматра се из Напуља ( $\varphi = 40^\circ51'12''$ ). Да ли се M13 може посматрати током целе године (доказати)? Одредите најповољнији тренутак за посматрање овог објекта - приближно доба године, висину изнад хоризонта и звездано време. При одређивању критеријума узети у обзир координате Сунца као и висину објекта изнад хоризонта. Занемарити утицај рефракције. **(20 поена)**

**Одговор:**

Прво ћемо проверити да ли је M13 циркумполаран објекат за посматрача у Напуљу, тј. да ли на тој географској ширини никад не излази/залази. Да би објекат био циркумполаран, његова висина у доњој кулминацији мора да буде бар једнака нули, тј. да је  $\delta \geq 90^\circ - \varphi$ . У Напуљу за M13 ово није испуњено. **(2п)** Како објекат није циркумполаран, онда је потребно одредити и период године у ком је најоптималније за посматрање.

Са астрономске тачке гледишта - најповољнији услови за посматрање су да је објект на супротној страни неба од Сунца **(1п)** и да је у горњој кулминацији **(1п)**.

Супротна страна неба, значи да се његова ректасцензија разликује од Сунчеве за  $12h$ ; **(1п)** следи да је Сунчева ректасцензија  $\alpha_\odot = 4^h41^m41,5^s$ . **(1п)**



Слика 2: Положај звезданог јата M13 - формирамо сферни троугао  $ZP_NM13$  (лево). Дата је и припадајућа скица, тј. пролаз небеског тела кроз меридијан, за тренутак горње кулминације (десно).

Приближно доба године се одређује сматрајући да ректасцензија Сунца почев од пролећне равнодневице (када је  $\alpha_{\odot} = 0$ ) расте линеарно, **(1п)** дакле по формули

$$t_{ph} \approx \frac{\alpha_{\odot}}{24^h} \cdot t_{tr}, \alpha_{\odot} [h].$$

**(2п)**

Овде се индекс  $ph$  односи на тражено доба године изражено у средњим данима, а  $tr$  на трајање тропске године (365,2422).

$$t_{ph} \approx \frac{4^h, 6948611}{24^h} \cdot 365, 2422 \text{ d} \approx 71, 448 \text{ d}.$$

**(2п)**

Резултат је 71,4 дана после 21. марта, другим речима око 1. јуна. **(1п)**.

Морамо проверити и да Сунце буде испод хоризонта, **(1п)** најдаље могуће, тј. у доњој кулминацији. Тада се ректасцензија Сунца поклапа са  $\alpha_{\odot} = \alpha_{M13} - 12^h$ . Сунце пролази кроз северни меридијан (испод хоризонта, на северу), па важи:

$$h_{\odot} = 90^{\circ} - z_{\odot} = 90^{\circ} - (180^{\circ} - \delta_{\odot} - \varphi) = \delta_{\odot} + \varphi - 90^{\circ} = -12^{\circ}41'12''.$$

**(2п)**

Можемо проценити и колика је деклинација Сунца у том тренутку, апроксимацијом (није неопходно за решење већ је део провере па се не бодује):

$$\sin \delta_{\odot} \approx -\sin \varepsilon \cos \left( \frac{360}{365}(d + 10) \right),$$

где је  $d$  дан у години (код нас  $d \approx 151$ ), и  $\varepsilon = 23.44^{\circ}$ :

$$\delta_{\odot} = \arcsin(-\sin \varepsilon \cos(158, 79^{\circ})) \approx 21, 8^{\circ}.$$

Што се висине M13 тиче, потребно је да је што већа, дакле горња кулминација. Важи да је  $h + z = 90^{\circ}$ . Са слике следи:

$$h_{gk} = 90^{\circ} - z_{gk} = 90^{\circ} - \varphi + \delta.$$

**(2п)**.

$$h_{gk} = 85^{\circ}36'25, 2''.$$

**(1п)**.

Звездано време је једнако ректасцензији, тј.  $s = 16^h41^m41, 5^s$ . **(2п)**.

5. У сочивастој галаксији NGC 6027 ( $\alpha_1 = 15^h 59^m 13^s$ ,  $\delta_1 = 20^\circ 45' 48''$ ) посматрали смо H $\alpha$  спектралну линију на таласној дужини од  $\lambda = 666$  nm. Маса спиралне галаксије NGC 6902 ( $\alpha_2 = 20^h 24^m 28^s$ ,  $\delta_2 = -43^\circ 39' 12''$ ) је око  $7 \cdot 10^{11} M_\odot$ , њен полупречник је 54 kpc и њена привидна магнитуда је 11,82<sup>m</sup>. Израчунајте физичку удаљеност између галаксија. Лабораторијска таласна дужина за H $\alpha$  линију је  $\lambda_0 = 656,3$  nm.

**Савет:** Можда ће вам бити корисна Тали-Фишера релација.

$$\frac{L}{4 \cdot 10^{10} L_\odot} \approx \left( \frac{V_{max}}{200 \text{ km/s}} \right)^4$$

**(30п)**

**Одговор:**

Прво ћемо рачунати удаљеност до галаксије NGC 6027, за коју ћемо у овом задатку користити број један у ознакама. За ову галаксију нам је дат померај водоникове H $\alpha$  спектралне линије, тако да можемо применити Доплеров ефекат како бисмо израчунали црвени помак  $z$ :

$$z = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,0148$$

**(1,5п+0,5п)**

Потом из црвеног помака можемо да одредимо радијалну брзину ове галаксије  $v_{r,1}$ :

$$v_{r,1} = z \cdot c \approx 4440 \text{ km/s}$$

**(1,5п+0,5п)**

Сада можемо да употребимо Хабл-Леметрову релацију, којом из радијалне брзине добијамо удаљеност  $d_1$  до галаксије NGC 6027:

$$d_1 = \frac{v_{r,1}}{H_0} = 63,4 \text{ Mpc}$$

**(2п+0,5п)**

Сада прелазимо на одређивање удаљености до друге галаксије (NGC 6902)  $d_2$ . За звезду на ободу видљивог дела галаксије (за коју у првој апроксимацији узимамо да има максималну ротациону брзину) можемо изједначити гравитациону и центрифугалну силу:

$$\begin{aligned} \frac{mv_2^2}{R_2} &= G \frac{mM_2}{R_2^2} \\ v_2 &= \sqrt{\frac{GM}{R_2}} \\ v_2 &= 239,5 \text{ km/s} \end{aligned}$$

**(3п+0,5п)**

У овом кораку ћемо применити Тали-Фишерову релацију, из које можемо да добијемо луминозност галаксије NGC 6902, тј.  $L_2$ :

$$\frac{L_2}{4 \cdot 10^{10} L_{\odot}} \approx \left( \frac{V_{max}}{200 \text{ km/s}} \right)^4$$

**(2п)**

и ако сада изједначимо максималну ротациону брзину галаксије са брзином звезда на ободу галаксије  $v_{max} = v_2$ , добијамо да је  $L_2 = 8,23 \cdot 10^{10} \cdot L_{\odot} = 3,15 \cdot 10^{37} W$ . **(1п)**

Сетимо се сада Погсоновог закона, који се односи на луминозности и апсолутне магнитуде, и применимо га на однос магнитуда и луминозности између галаксије NGC 6902 и Сунца:

$$M_2 - M_{\odot} = 2,5 \log \frac{L_{\odot}}{L_2},$$
$$M_2 = -22,45^m$$

**(2,5п+0,5п)**

Сада примењујемо релацију између апсолутне и привидне магнитуде, такође изведене из Погсоновог закона:

$$M_2 = m_2 + 5 - 5 \log d_2 [pc]$$
$$d_2 = 10^{0,2(-M_2+m_2+5)}$$
$$d_2 = 72,3 \text{ Mpc}$$

**(2,5п+0,5п)**

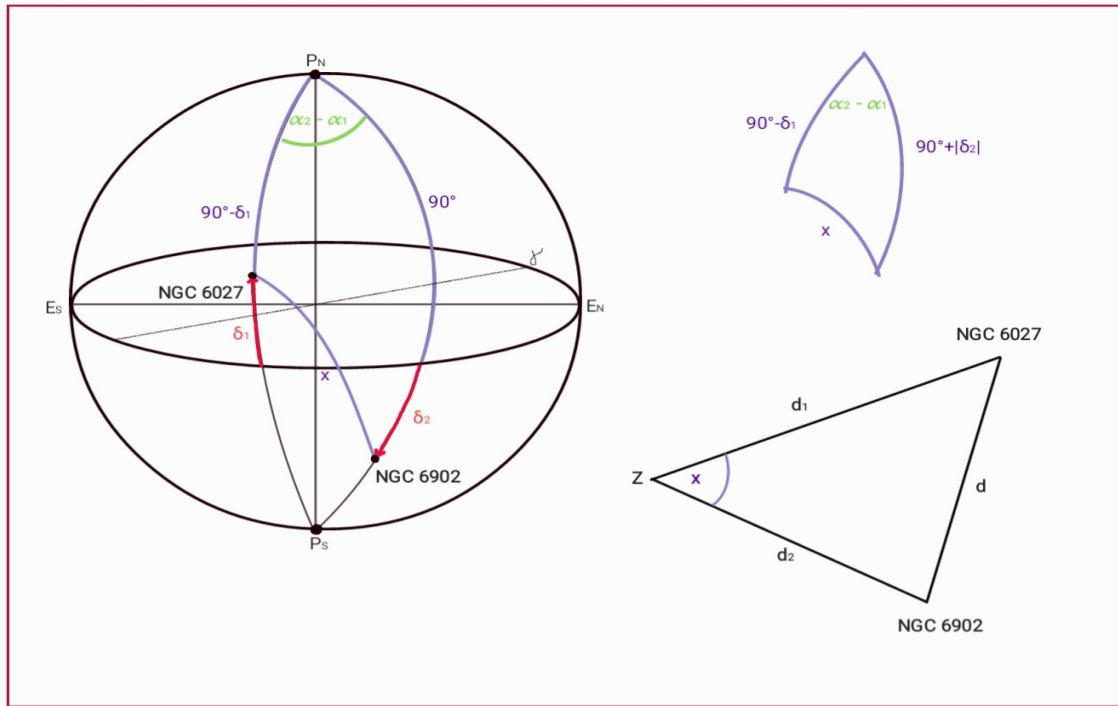
Када смо одредили удаљености до сваке појединачне галаксије, цртамо њихов положај на небеској сфери, као и у простору.

Пребацићемо координате за обе галаксије у степене:

$$\text{NGC 6027: } \alpha_1 = 15^h 59^m 13^s = 239^{\circ}, 8042; \delta_1 = 20^{\circ} 45' 48'' = 20^{\circ}, 7633$$

$$\text{NGC 6902: } \alpha_2 = 20^h 24^m 28^s = 306^{\circ}, 1167; \delta_2 = -43^{\circ} 39' 12'' = -43^{\circ}, 6533$$

**(1п)**



Положај галаксија на небеској сфери, и њихов положај у простору, у односу на Земљу. Извдојен је сферни троугао.

Темена издвојеног сферног троугла су северни небески пол, и обе галаксије. Странаца сферног троугла обележена са  $x$  уједно представља и угао у простору који захватају правци од Земље ка галаксијама NGC 6027, односно NGC 6902. Да бисмо израчунали вредност  $x$ , применићемо образац сферне тригонометрије (косинусни) дат у формулама:

$$\begin{aligned}\cos(x) &= \cos(90^\circ - \delta_1) \cos(90^\circ + |\delta_2|) + \sin(90^\circ - \delta_1) \sin(90^\circ + |\delta_2|) \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \\ \cos(x) &= 0,027 \\ x &= 88^\circ,45\end{aligned}$$

**(5п+1п)**

Када знамо удаљености од Земље до сваке од галаксија ( $d_1$  и  $d_2$ ), као и угао који та правца међусобно заклапају ( $x$ ), на троугао чија су темена Земља и галаксије можемо применити косинусну теорему, за израчунавање траженог растојања  $d$  између галаксија:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos(x)}$$

**(3п)**

Добијамо да је тражено физичко растојање између галаксија NGC 6027 и NGC 6902  $d = 94,4 \text{ Мрс}$  (**1п**).