



ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ

21.03.2026. год.

ПИТАЊА

1. Дате су масе пет звезда у тренутку када неколико њих доспева на главни низ Херцшпрунг-Раселовог дијаграма. Која од звезда ће у крајњем стадијуму еволуције постати неутронска звезда, а која бели патуљак? Одговоре упиши на линијама.

а) $8 \cdot 10^{-3} M_{\odot}$ б) $50 M_{\odot}$ в) $6 M_{\odot}$ г) $16 M_{\odot}$ д) $36.42 M_{\odot}$

Неутронска звезда: под г) Бели патуљак: под в)

**По три поена за сваки тачан одговор.
Образложење није неопходно.**

[6 п.]

Не добијају се поени се уколико ученик напише више од једног одговора на линији.

Образложење: Према теорији звездане еволуције, крајњи стадијум еволуције звезда зависи од масе са којом звезде доспевају на главни низ: $< 8 M_{\odot}$ - завршиће живот као бели патуљци (доња граница је $0.08 M_{\odot}$); $8 - 30 M_{\odot}$ - завршиће живот као неутронске звезде; $> 30 M_{\odot}$ - завршиће као црне рупе. Дакле **звезда под г) $16 M_{\odot}$ завршава живот као неутронска звезда, а звезда под в) $6 M_{\odot}$ завршава као бели патуљак.**

2. Херцшпрунг-Раселов дијаграм који повезује температуру и луминозност звезда у нашој галаксији је један од најчешћих визуелних репрезентација еволуције звезда. На овом дијаграму се могу издвојити одређене групе звезда. Где се на Х-Р дијаграму налазе звезде високе температуре и малог радијуса? Како заједничким именом називамо ову групацију звезда? Одговор можеш, читко, уписати на датом графику.

Уколико је означена на графику права група или написано речима у доњем левом углу Х-Р дијаграма **3 поена**, уколико је написано да је назив групе **бели патуљци 3 поена**. **Укупно 6 поена.**
Образложење није неопходно.

[6 п.]

Образложење: Херцшпрунг-Раселов (Х-Р) дијаграм приказује зависност **лумино-**

зности звезда од њихове **површинске температуре** (или спектралног типа). На дијаграму важи: температура **опада слева надесно**, луминозност **расте одоздо нагоре**. Звезде које имају **високу температуру** налазе се на **левој страни дијаграма**. Пошто имају **мали радијус**, њихова луминозност није велика. Из релације

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

види се да мала вредност радијуса R значајно смањује луминозност, чак и ако је температура висока. Због тога се такве звезде налазе у **доњем левом делу Х-Р дијаграма**. Ову групу звезда називамо **бели патуљци**.

3. Одреди пресек дневног паралела небеског тела и небеског екватора? Образложи одговор.

Када се анализира положај дневног паралела на небеској сфери, треба имати у виду да је дневни паралел небеског тела увек кружница **паралелна небеском екватору**.

Због тога важи:

$$\delta \neq 0^\circ \Rightarrow \text{дневни паралел и небески екватор немају пресечне тачке.} \quad [3 \text{ п.}]$$

У случају када је

$$\delta = 0^\circ \Rightarrow \text{дневни паралел} = \text{небески екватор.} \quad [3 \text{ п.}]$$

ЗАДАЦИ

1. Астрономи планирају истовремена посматрања звезде Алтаир ($\delta = 8^\circ 52'$) са две локације у Србији: са Астрономске опсерваторије на Звездари, у Београду ($\varphi = 44^\circ 48'$, $\lambda = 20^\circ 30'$) и са Астрономске станице Видојевица ($\varphi = 43^\circ 08'$, $\lambda = 21^\circ 33'$). Израчунајте временску разлику између момената изласка ове звезде у ова два места. Занемарити атмосферску рефракцију и висину посматрача изнад нивоа мора.

Укупно 25 поена.

Ефекат географске дужине ($\Delta\lambda$). Видојевица је источније од Београда:

$$\Delta\lambda = \lambda_V - \lambda_B = 21^\circ 33' - 20^\circ 30' = 1^\circ 03' = 1,05^\circ \quad [2 + 1]$$

$$\Delta T_\lambda = 1,05 \times \frac{60 \text{ мин}}{15^\circ} = 4,2 \text{ минута} = 4^m 12^s \quad [2 + 1]$$

Због свог источнијег положаја, на Видојевици звезда излази 4 минута и 12 секунди раније него у Београду.

Ефекат географске ширине ($\Delta\varphi$). Користимо формулу за часовни угао изласка звезде (t):

$$\cos t = -\tan \varphi \cdot \tan \delta \quad [2]$$

Ова формула се може извести из основне једначине сферне тригонометрије која је дата међу корисним формулама уз тест. Свако ко изведе тачно формулу до краја добија 2 поена.

Деклинација Алтаира је $\delta = +8^{\circ}52' \approx 8,867^{\circ}$

За Београд: ($\varphi_B = 44,8^{\circ}$): $\cos t_B = -\tan(44,8^{\circ}) \cdot \tan(8,867^{\circ}) \approx -0,9930 \cdot 0,1560 \approx -0,1549$, $t_B \approx 98,91^{\circ}$ [6] [16 п.]

За Видојевицу: ($\varphi_V \approx 43,13^{\circ}$): $\cos t_V = -\tan(43,13^{\circ}) \cdot \tan(8,867^{\circ}) \approx -0,9368 \cdot 0,1560 \approx -0,1461$, $t_V \approx 98,40^{\circ}$ [6]

$$\Delta t = t_B - t_V = 0,51^{\circ}$$

$$0,51 \times 4 \approx 2^m 02,4^s \quad [2]$$

Севернија ширина Београда му омогућава да 'врати' 2 минута и 4 секунде, јер Алтаир на северу има дужи видљиви пут изнад хоризонта.

Коначни резултат. Коначна разлика је разлика ова два ефекта: $\Delta T_{total} = \Delta T_{\lambda} - \Delta T_{\varphi} = 4^m 12^s - 2^m 02,4^s = 2^m 09,6^s \approx 2^m 10^s$

Тачан одговор је **Звезда излази на Видојевици 2 минута и 10 секунди раније него у Београду.**

Уколико је ученик у претходном делу погрешном формулом али тачним потупком дошао до коначног решења које није тачно, онда се у овом делу задатка не додељују поени, јер би иначе било награђивано тачно одузимање два броја. [3 п.]

2. Током циклуса од 100 000 година, ексцентричност Земљине орбите достиже своју максималну вредност од $e = 0,06$. Израчунајте за колико је процената интензитет Сунчевог зрачења у перихелу (S_p) већи него у афелу (S_a) у овом случају. Задатак решите без примена приближних формула.

Укупно 12 поена.

Интензитет зрачења S који долази са извора опада са квадратом растојања r од тог извора:

$$S \propto \frac{1}{r^2} \quad [2]$$

Растојање у перихелу (најближа тачка): $r_p = a(1 - e)$. [2]

Растојање у афелу (најудаљенија тачка): $r_a = a(1 + e)$. [2]

$$\frac{S_p}{S_a} = \frac{r_a^2}{r_p^2} = \frac{a^2(1+e)^2}{a^2(1-e)^2} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = \left(\frac{1+0,06}{1-0,06}\right)^2 \approx 1,2716 \quad [5 \text{ п.}]$$

Сада рачунамо колико је S_p веће од S_a у процентима:

$$\frac{(S_p - S_a)}{S_a} 100 = 27,16\% \quad [1 \text{ п.}]$$

Тачан одговор је **27,16%**.

3. а) Израчунати површинску температуру Сунца, а затим, уз претпоставку да флуks зрачења Сунчеве пеге износи 20% флуksа фотосфере, израчунати температуру пеге.

б) На крају своје еволуције Сунце ће почети да се шири и постаће црвени цин. Температура ће му бити 2 пута мања, а луминозност око 400 пута већа. Да ли ће тада Сунчева запремина обухватати неке од садашњих путања планета? Образложити одговор.

ц) У ситуацији наведеној под б) привидни угаони пречник Сунца (θ_{\odot}) ће се променити гледано са Земље. Израчунати привидни угаони пречник Сунца када буде у фази црвеног цина.

(Помоћ: Вредност Винове константе можете апроксимирати преко $b = \frac{hc}{k_B x_0}$, где је $x_0 = 4,965$. Периоди револуције за Меркур и Венеру су 87,97 и 224,70 дана, респективно.)

Укупно 25 поена.

а) Прво налазимо вредност Винове константе као:

$$b = \frac{hc}{x_0 k_B} = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^8)}{4,965 \cdot 1,381 \cdot 10^{-23}} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$$

Можемо израчунати површинску температуру Сунца преко Виновог закона:

$$T_{\odot} = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{502 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5773 \text{ K} \quad [5 \text{ п.}]$$

Напомена: Површинска температура Сунца се може одредити и на други начин помоћу Штефан–Болцмановог закона, а потребни параметри (константа, полупречник и ламунизност Сунца) су дати у табlici са константама. У оба случаја бодовање се

може урадити по принципу 2 поена за тачну формулу и 3 поена ако је израчуната температура. Прихватају се све вредности у опсегу 5750-5800 К. Изван тог интервала не добијају се поени. Обавезно је израчунати површинску температуру Сунца, а не изражавати у функцији од температуре па је зато и наведено на почетку задатка.

Флукс зрачења црног тела дат је Штефан–Болцмановим законом $F = \sigma T^4$. За умбру пега и фотосферу (користићемо ознаку \odot) важи:

$$\frac{F_{\text{пега}}}{F_{\odot}} = \left(\frac{T_{\text{пега}}}{T_{\odot}} \right)^4 \quad [2 \text{ п.}]$$

Даље, можемо писати:

$$T_{\text{пега}} = T_{\odot} \cdot \left(\frac{F_{\text{пега}}}{F_{\odot}} \right)^{1/4} = 5773 \cdot (0.2)^{1/4} = 3860 \text{ К} \quad [3 \text{ п.}]$$

б) Преко познате релације за луминозност $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, можемо поредити Сунце и црвеног џина:

$$\frac{R_{\text{црвени џин}}^2}{R_{\odot}^2} = \frac{L_{\text{црвени џин}}}{L_{\odot}} \cdot \frac{T_{\odot}^4}{T_{\text{црвени џин}}^4} = 400 \cdot 2^4 = 6400 \quad [5 \text{ п.}]$$

$$R_{\text{црвени џин}} = 80 R_{\odot} \approx 0,372 \text{ АЈ}$$

Вредност за $r_{\text{Меркур}}$ добићемо преко Трећег Кеплеровог закона:

$$r_{\text{Меркур}} = r_{\oplus} \cdot \left(\frac{T_{\text{Меркур}}}{T_{\oplus}} \right)^{2/3} = 1 \text{ АЈ} \cdot \left(\frac{87,97 \text{ d}}{365,25 \text{ d}} \right)^{2/3} = 0,387 \text{ АЈ} \quad [4 \text{ п.}]$$

$$r_{\text{Меркур}} > R_{\text{црвени џин}} = 0,372 \text{ АЈ} \implies \text{не обухвата друге планете!}$$

ц) Од раније имамо:

$$\frac{R_{\text{црвени џин}}}{R_{\odot}} = 80 = \frac{\theta_{\text{црвени џин}}}{\theta_{\odot}} \quad [1 \text{ п.}]$$

Сада ће нам бити корисна једнакост:

$$\theta = \frac{2R}{d}, \quad [2 \text{ п.}]$$

где је $d = 1 \text{ АЈ}$, а θ је у радијанима.

Треба да израчунамо привидни угловни пречник Сунца:

$$\theta_{\odot} = \frac{2 \cdot 6,96 \cdot 10^8}{1,496 \cdot 10^{11}} \approx 9,30 \cdot 10^{-3} \approx 0,53^{\circ}$$

И за угаони пречник црвеног цина можемо коначно добити:

$$\theta_{\text{црвени цин}} = 80 \cdot 0,53^{\circ} \approx 42,4^{\circ}$$

[3 п.]

4. Посматрањем спектра галаксије астроном је уочио да је карактеристична линија водоника H_{α} , чија је лабораторијска таласна дужина $\lambda_0 = 656,28 \text{ nm}$, померена на таласну дужину $\lambda = 656,78 \text{ nm}$. Израчунајте брзину галаксије и одредите да ли се она удаљава од Земље или се приближава. Ако претпоставимо да је ова галаксија слична нашој галаксији, те да има апсолутну визуелну магнитуду од $M_v = -20,6$, а привидна визуелна магнитуда јој је $m_v = 6,9$, одреди удаљеност до ове галаксије. Међузвездана екстинкција у правцу галаксије је $A_v = 0,17$.

Укупно 20 поена.

Разлика између емитоване и лабораторијске таласне дужине H_{α} линије је:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 656,78\text{nm} - 656,28\text{nm} = 0,5\text{nm}$$

[2 п.]

Из формуле за Доплефоров ефекат имамо:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \implies v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

[2 п.]

$$v = 299792,458\text{km/s} \cdot \frac{0,5\text{nm}}{656,28\text{nm}} \approx 228,4\text{km/s}$$

[4 п.]

Тачан одговор је **звезда се удаљава од Земље са брзином 228,4 km/s.**

[2 п.]

За одређивање удаљености до ове галаксије користићемо фотометријску релацију, са додатим чланом за међузвездану екстинкцију:

$$M_v = m_v + 5 - 5 \log d[\text{pc}] - A_v$$

[4 п.]

Удаљеност до галаксије се онда добија као:

$$d = 10^{0,2(m_v+5-M_v-A_v)} \quad [3]$$

$$d = 10^{6,466}\text{pc} = 2,9\text{Mpc} \quad [3]$$

[6 п.]