The Society of Astronomers of Serbia

Друштво астронома Србије

Друштво астронома Србије
Волгина 7, 11060 Београд
http://www.das.org.rs

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ АСТРОНОМИЈЕ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА И КЉУЧ ЗА БОДОВАЊЕ 20.04.2024. године

Питања

(20п)

1. Звезда Регулус (α Leonis) је у горњој кулминацији у 20h 50min 14s (20. априла 2024. године). У које ће време да се догоди њена горња кулминација кроз 8 дана? (10п)

   Одговор:

   Звездани дан износи 23h 56min 4s. (3п)
   Битно је закључити да ће после 8 дана звезда достићи кулминацију раније у току дана, стога одузимамо у следећој формули. То значи да ће 8 дана касније Регулус бити у кулминацији у:
   $20\text{h } 50\text{min } 14\text{s} - 8 \cdot (3\text{min } 56\text{s}) = 20\text{h } 18\text{m } 46\text{s}$. (7п)

2. Једна од разлика између супернових типа Ia и II јесте изглед њихових спектара, и то специфично у једној линији. Која је линија у питању? У ком типу супернових се појављује? Који тип линије је у питању (емисиона или апсорпциона)? (10п)

   Одговор: У питању је линија водоника (3п)
   која је присутна код супернових типа II,
   (прихвата се и одговор: која није присутна код супернових типа Ia). (4п)
   У питању је апсорпциона линија. (3п)

Задаци

(80п)

1. Привидна магнитуда звезде је $m_v = 12,2\,\mathrm{mag}$, паралакса је $\pi = 0,001\,\mathrm{arcsec}$, а ефективна температура $T_{\mathrm{eff}} = 4000\,\mathrm{K}$. Њена болометријска корекција је $BC = -0,6\,\mathrm{mag}$.
(а) Наћи болометријску луминозност звезде у јединицама соларне луминозности. (15п)
(б) Да ли звезда припада класи црвених џинова, плавих џинова или црвених патуљака? Навести разлоге. (5п)

Одговор:

(а) Формула која повезује привидну величину и удаљеност:

$$M_v - m_v = 5 - 5\log(D) \qquad D\,[\mathrm{pc}] = \frac{1}{\pi\,[\mathrm{arcsec}]} \tag{5п}$$

Рачун за M_v, BC и M_{BOL}:

$$\left.\begin{aligned} M_v &= 12,2 + 5 - 5\log(1000) = 12,2 + 5 - 15 = 2,2\,\mathrm{mag} \\ BC &= M_{\mathrm{BOL}} - M_v \\ M_{\mathrm{BOL}} &= 1,6\,\mathrm{mag} \end{aligned}\right\} \tag{5п}$$

Формула за рачунање луминозности и финални резултат:

$$\left.\begin{aligned} M_\odot - M_{\mathrm{BOL}} &= 2,5\log\frac{L}{L_\odot} \\ L &= 17,7L_\odot \end{aligned}\right\} \tag{5п}$$

(б) Ова звезда је доста сјајнија од Сунца па не може бити црвени патуљак. Доста је хладнија од Сунца па не може бити плави џин. Закључујемо да је црвени џин. Напомена: Ако ученик напише да је црвени џин без објашњења не дају се поени. Одговор може да гласи и другачије: Звезда је хладнија и сјајнија од Сунца, закључујемо да је црвени џин. (5п)

2. Звезда β из сазвежђа Златна риба (β Doradus) је цефеида чији је период пулсирања 9,84 дана. Претпоставићемо да је сјај звезде највећи када звезда има радијус R_1 и најслабији када звезда има радијус R_2. Претпоставимо такође да је звезда потпуно сферног облика и да зрачи као апсолутно црно тело током целог циклуса. Болометријска привидна величина (магнитуда) звезде се налази у опсегу од 3,46 до 4,08. Из мерења Доплеровог помака знамо да се фотосфера звезде током пулсирања креће средњом радијалном брзином од $12,8\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$. Максимуми зрачења звезде који одговарају највећој и најмањој температури током пулсирања, су на таласним дужинама 531 nm и 649 nm.
(а) Пронађи однос најмањег и највећег радијуса звезде. (18п)
(б) Израчунати вредности ових радијуса у метрима. (6п)
(в) Израчунати флукс звезде када је радијус звезде највећи. (2п)
(г) Колика је удаљеност до ове звезде? (4п)

Одговор:

(а) Први део задатка носи укупно 18п.

$$m_1 - m_2 = -2,5\log\frac{F_1}{F_2} \tag{3п}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = 10^{-0.4(m_1-m_2)} = 10^{-0.4(3.46-4.08)} = 1.77 \qquad (3п)$$

$$\left.\begin{aligned} L &= 4\pi R^2\sigma T^4 \\ F &= \frac{4\pi R^2\sigma T^4}{4\pi D^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3п)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}\cdot\frac{T_1^4}{T_2^4} \qquad (3п)$$

$$\text{Vinov zakon } \frac{T_1}{T_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad (3п)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}}\cdot\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} = \sqrt{1.77}\cdot\frac{531^2}{649^2} = 0.89 \qquad (3п)$$

(б) Други део задатка носи 4п.

$$R_2 - R_1 = v\cdot\frac{P}{2} \qquad (2п)$$

$$\left.\begin{aligned} R_2 - R_1 &= 12,8\cdot 10^3\cdot 86400\cdot\frac{9,84}{2}\,\mathrm{m} \\ (1-0.89)\cdot R_2 &= 5,441\cdot 10^9\,\mathrm{m} \\ R_2 &= 4,95\cdot 10^{10}\,\mathrm{m} \\ R_1 &= 4,41\cdot 10^{10}\,\mathrm{m} \end{aligned}\right\} \qquad (2п)$$

(в) Трећи део задатка 2п. (Напомена: нема бодовања за прву формулу јер је бодована под а), али ако је само овде написана онда се бодује са 3п само та формула плус 2п за рачун.)

$$m_2 - m_\odot = -2,5\log\frac{F_2}{F_\odot}$$

$$\left.\begin{aligned} F_2 &= F_\odot\cdot 10^{-0,4(m_2-m_\odot)} \\ F_2 &= \frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2}\cdot 10^{-0,4(4,08+26,72)} \\ F_2 &= 6,51\cdot 10^{-10}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2п)$$

(г) Четврти део задатка 6п.

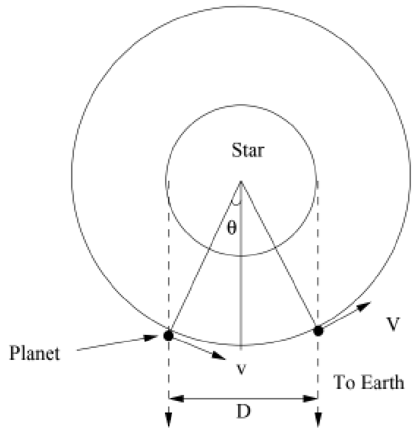
$$D_* = \sqrt{\frac{L_2}{4\pi F_2}} = \sqrt{\frac{R_2^2\sigma T_2^4}{F_2}} \qquad (3п)$$

$$\left.\begin{aligned} D_* &= R_2\cdot T_2^2\sqrt{\frac{\sigma}{F_2}} \\ T_2 &= \frac{2,898\cdot 10^{-3}\,\mathrm{mK}}{\lambda_2} \\ D_* &= 9,208\cdot 10^{18}\,\mathrm{m} = 307\,\mathrm{pc} \end{aligned}\right\} \qquad (3п)$$

3. Посматран је прелаз планете преко диска звезде HD 209458 у трајању од 180 минута. Период обиласка планете око звезде је 84 часа. Мерен је и Доплеров помак апсорпционих линија које настају при проласку зрачења кроз атмосферу планете. Доплеров помак одговара разлици од $30\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ у радијалној брзини планете (у односу на Земљу) на почетку прелаза и на крају. Ако је орбита кружна и визура лежи у равни орбите, нађи приближно полупречник и масу звезде и полупречник орбите планете.

Одговор:

Како планета орбитира око звезде постојаће и компонента брзине и дуж визуре за посматрача на Земљи. Разлика радијалне брзине планете између почетка и краја прелаза потиче од брзине револуције планете. Слика која следи није обавезна за бодовање.



$$2\theta = \frac{t_1}{T} \cdot 360^\circ$$
$$\theta = 6,43^\circ$$

Постоји више начина да се реши задатак. 10п за израчунато θ.

$$V_{r1} = -V \sin\theta$$
$$V_{r2} = V \sin\theta$$
$$\Delta V_r = 2V \sin(\theta)$$
$$V = \frac{\Delta V_r}{2\sin\theta} = 134\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

10п за израчунато V.

Ова брзина орбити омогућава израчунавање полупречника орбите уколико претпоставимо да је орбита кружна (што је дато у задатку):

$$V = \frac{2\pi a}{T}$$
$$a = \frac{VT}{2\pi} = 6.45 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$$
$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = 1.74 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$$
$$R_* = a\sin\theta = \frac{a\Delta V_r}{2V} = 7.2 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$$

4 поена за израчунат полупречник a, 3 поена за израчунато M и 3 поена за израчунато R_*