

РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ 2021

I Питања

1. У звезданим каталозима и базама података се наводи епоха за њихове небеске екваторске координате. Због чега се координате разликују у различитим епохама?

- А) Због прецесије и аберације;
- Б) Због прецесије и сопственог кретања;
- В) Због рефракције и нутације.

Одговор. Тачно је Б).

2. Искуство у случају Земље показује да се њени периоди обиласка око Сунца, аномалистички (по растојању) и сидерички (по правцу), разликују. Шта је узрок овој појави?

Одговор. Узрок су поремећаји (пертурбације), тј. гравитацијско дејство других тела на Земљу јер не дејствује само Сунце.

2.а Наброј врсте (према пореклу) емисионих маглина.

Одговор. а) III региони, б) планетарне маглине, в) остаци супернових. Детаљније: у књизи *Општа астрофизика* од О. Атанацковић, Завод за уџбенике, Београд, 2010, стр. 130-136.

3. Који су основни елементи (раван, правац, смер)

- А) хоризонтског;
- Б) небеског екваторског;
- В) месног екваторског;
- Г) галактичког и
- Д) еклиптичког координатног система?

Одговор. А) за хоризонтски: раван хоризонта, јужна тачка¹, ретроградни смер или смер казаљке на часовнику; Б) за небески екваторски: раван небеског екватора, γ -тачка, директни смер или смер супротан смеру казаљке; В) за месни екваторски: раван небеског екватора, посматрачев меридијан, ретроградни смер; Г) за галактички: раван Галаксије, средиште Галаксије, директни смер; Д) за еклиптички: раван еклиптике, γ -тачка, директни смер. Детаљније: у књизи *Општа астрономија* од Б. Шеварлића и З. Бркића, Савремена администрација, Београд, 1971, стр. 17-25.

¹ Ако се мери од северне тачке, означава се са A_N (чешће се користи у поморству).

II Задаци

1. Астроном аматер у Београду ($\lambda = 20^\circ 30'$, $\varphi = 44^\circ 48'$) хоће баш за викенд 20/21. март 2021. године да посматра звезду Бетелгез ($\alpha = 5^{\text{h}}55^{\text{m}}10^{\text{s}}$, $\delta = 7^\circ 24' 15''$) у горњој кулминацији. Истог дана у право подне измеривши дужину сенке свог вертикалног штапа (гномона) добио је вредност од 199 cm. Одреди висину звезде у горњој кулминацији. Дали астроном може да обави посматрање поменуте звезде под датим условима? Колика је висина гномона?

Решење. Висина небеског тела у горњој кулминацији, те тако и звезде Бетелгез, одређује се по формули

$$h = 90 + \delta - \varphi. \quad (1)$$

Резултат је $h = 52^\circ 36' 15''$. Бетелгез је релативно сјајна звезда, међутим и такве звезде могу да се виде тек када прође грађански сумрак, а услов за то је да Сунчева висина достигне $h_\odot = -6^\circ$. У тренутку горње кулминације звездано време је једнако ректасцензији, дакле $s = 5^{\text{h}}55^{\text{m}}10^{\text{s}}$. Викенд 20/21. Март одговара пролећној равнодневици, следи да Сунце залази у западној тачки, тј. када је по звезданом времену 6 часова. Да би стигло до тражене висине од -6° потребно му је још неко време, али тада Бетелгез више неће бити у горњој кулминацији. Висину гномона одређујемо из формуле

$$\text{tg } h_\odot = \frac{l}{l'}$$

где је h_\odot подневна висина Сунца, l' дужина сенке и l тражена висина гномона. Подневну висину Сунца добијамо из формуле (1). Пошто је пролећна равнодневица, деклинација је једнака нули, дакле $h_\odot = 45^\circ 12'$. Следи $l = 200,4$ cm. С обзиром на то да је дужина сенке дата са тачношћу до 1 cm, ову вредност треба заокруглити на 200 cm.

2. Као резултат експедиције са Земље, са Марсове површи избачен је вештачки сателит који око ове планете кружи на висини $h = 200$ km изнад њене површи, која се сматра сферном. Један обилазак сателита траје $P_S = 1^{\text{h}}49^{\text{m}}$. Познато је да је за Марсов природни сателит Деимос средње ареоцентрично (од средишта Марса) растојање једнако 23.460 km, а период обиласка $P_D = 30^{\text{h}}21^{\text{m}}$. Одреди полупречник Марса и брзину која одговара првој космичкој брзини.

Решење. Полупречник орбите вештачког сателита r_S дат је као $r_S = R_M + h$. Из трећег Кеплеровог закона имамо

$$\frac{r_S^3}{P_S^2} = \frac{r_D^3}{P_D^2}.$$

Одавде следи $r_S = 3590$ km, тј. полупречник Марса је $R_M = 3390$ km. За Марс брзина која одговара првој космичкој је брзина кретања по кружници чији је полупречник једнак полупречнику Марса. Њу можемо одредити на два начина. Код примене првог се најпре користећи трећи Кеплеров закон одреди маса Марса, тј.

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G}{4\pi^2} \mathfrak{M}_M \Rightarrow \mathfrak{M}_M.$$

Као податке за леву страну можемо узети било за Деимос, било за вештачки сателит, а G је константа гравитације. Резултат је $\mathfrak{M}_M = 6,37 \times 10^{23}$ kg. Даље, применом формуле за кружну брзину на ареоцентричном растојању једнаком R_M добија се прва космичка брзина за Марс, u ,

$$u = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_M}{R_M}} = 3,54 \text{ km s}^{-1}.$$

У случају примене другог начина најпре се одређује брзина вештачког сателита на орбити v_S , а то је количник обима круга $2\pi r_S$ и периода сателита P_S , а затим прелази на пропорцију

$$\frac{u}{v_S} = \sqrt{\frac{r_S}{R_M}},$$

одакле следи $u = 3,55 \text{ km s}^{-1}$.

3. Бели патуљци су звезде у завршној фази еволуције. Сматра се да ће и Сунце једног дана постати бели патуљак. Нека су за типичног белог патуљка карактеристичне следеће вредности: апсолутна звездана величина $M_V = 12,7$, таласна дужина максимума зрачења $\lambda_{max} = 290 \text{ nm}$ и болометријска поправка $BC = -0,03$. Осим тога, познато је да је за линију на таласној дужини $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$ измерено $\lambda_{ms} = 560,138 \text{ nm}$. Сматрајући да ова промена потиче од гравитацијског црвеног помака одреди масу белог патуљка. За овај црвени помак примењује се следећа формула

$$z_{grav} = \frac{1}{2} \frac{u_e^2(R)}{c^2},$$

где је $u_e(R)$ критична брзина на површи белог патуљка (аналогна II космичкој брзини на Земљи), а c брзина светлости.

Решење. Критична брзина на површи белог патуљка дата је изразом

$$u_e = \sqrt{\frac{2G\mathfrak{M}}{R}}.$$

Овде је \mathfrak{M} маса белог патуљка, а R полупречник. Величина z_{grav} дата је изразом

$$z_{grav} = \frac{\lambda_{ms} - \lambda_0}{\lambda_0} .$$

Одавде следи $z_{grav} = 2,464 \times 10^{-4}$. Према формули датој у задатку, с обзиром на дефиницију критичне брзине, следи да је

$$\frac{GM}{R} = 2,214 \times 10^7 \text{ km}^2\text{s}^{-2} .$$

Да би се одредила маса треба наћи полупречник. Дате вредности за апсолутну величину и болометријску поправку дају нам за болометријску апсолутну величину вредност од 12,67. Знајући одговарајућу вредност за Сунце за луминозност белог патуљка се добија $L = 6,7 \times 10^{-4} L_{\odot}$, јер је

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 0,4(M_{bol\odot} - M_{bol}) .$$

За луминозност се зна: $L \propto R^2 T_{eff}^4$. Ефективну температуру белог патуљка налазимо из Виновог закона

$$\lambda_{max} T_{eff} = 2,9 \times 10^{-3} \text{ mK} .$$

Биће $T_{eff} = 10.000 \text{ K}$. Пошто је позната ефективна температура Сунца (константе), из односа луминозности следи $R/R_{\odot} = 116^{-1}$. Овоме одговара $R = 6000 \text{ km}$. За масу следи $M = 1,98 \times 10^{30} \text{ kg}$, што је једнако маси Сунца.

4. Планета Венера је позната по томе што има веома густу атмосферу, притисак при површи је $p = 9,3 \times 10^6 \text{ Pa}$. Укупна маса атмосфере је $M_A = 4,8 \times 10^{20} \text{ kg}$, а њена дебљина $d = 250 \text{ km}$. Сматрај да је површ Венере сфера, на растојању од 6050 km од средишта. Такође се усваја да се атмосфера састоји само од угљен-диоксида (CO_2 ${}_{6}\text{C}^{12}$ ${}_{8}\text{O}^{16}$) – атомска јединица масе 1 *amu* = $1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Колика је температура атмосфере при површи? Концентрацију честица процени на 17 пута већу од просечне.

Решење. Једначина стања идеалног гаса повезује притисак и температуру гаса релацијом

$$p = k_B n T , \quad (2)$$

где је n концентрација честица, а k_B Болцманова константа. Најпре треба одредити просечну концентрацију. Она је једнака количнику масе и производа масе честице и запремине. Запремину атмосфере налазимо као разлику запремина двеју лопти чији су полупречници $R + d$ и R , респективно, дакле

$$V = \frac{4}{3} \pi [(R + d)^3 - R^3] .$$

Честица је молекул угљен-диоксида. Његова маса је 44 пута већа од атомске јединице масе, $m = 7,3 \times 10^{-26} \text{ kg}$, па је $mV = 8,745 \times 10^{-6} \text{ kg m}^3$. Следи да просечна концентрација износи $5,5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, тј. одговарајућа вредност при дну атмосфере је $n = 0,935 \times 10^{27} \text{ m}^{-3}$. Примена формуле (2) даје $T = 720 \text{ K}$.