

## I Питања

1. Поређај месеце по величини, од најмањег до највећег: Ганимед, Европа, Месец, Титан, Фобос.

**Одговор.** Фобос ( $d \approx 22$  km), Европа ( $d \approx 3100$  km), Месец ( $d \approx 3500$  km), Титан ( $d \approx 5150$  km), Ганимед ( $d \approx 5260$  km). У загради су дате приближне вредности пречника; извор: NASA, fact sheets.

2. Колико има звезда на целом небу које у видљивом делу спектра (филтер V) имају негативну привидну величину, не рачунајући Сунце, 0, 2, 4, 5 или 9? Можеш ли да их наведеш?

**Одговор.** Има их четири. Од најсјајније ка најмање сјајној то су: Сиријус ( $m_v = -1,46$ ), Канопус ( $m_v = -0,72$ ), Арктур ( $m_v = -0,04$ ) и  $\alpha$  Кентаура ( $m_v = -0,01$ ). Пета по сају је Вега, њена привидна величина је  $m_v = +0,03$ . Извор: Cambridge Encyclopedia of Stars, J. B. Kaler, Cambridge University Press, 2006.

3. Која је коначна фаза Сунчеве еволуције? Колики ће тада бити Сунчев полупречник (само ред величине)?

**Одговор.** Звезде малих маса којима је после стадијума црвеног џина и губљења омотача остало мање од  $1,4 M_{\odot}$  - тзв. Чандрасекхарова граница (звезда родитељ  $M < 8 M_{\odot}$ ), или оне најмање, које нису ни досегле стадијум црвеног џина, еволуираће у беле патуљке. Бели патуљци су топле звезде великих густина (од  $10^8 \text{ kg m}^{-3}$  на површи до  $10^{11} \text{ kg m}^{-3}$  око средишта) и малих полупречника ( $R \geq 0,01 R_{\odot} \sim 10^3 \text{ km}$ ). Без извора енергије, хладећи се мењају боју, зраче на све дужим таласима и, после црвеног патуљка, коначно постају мала тамна тела која више не видимо. Према: Општа астрофизика, М. Вукићевић-Карабин, О. Атанацковић-Вукмановић, Завод за уџбенике и наставна средства, 2004.

## II Задаци

1. Воз се креће ка истоку брзином од  $v' = 60 \text{ km h}^{-1}$  дуж шездесетог упоредника на северној хемисфери. Колико ће за путника у овом возу трајати обданица 21. марта? Атмосферска рефракција се занемарује.

**Решење.** Земља се обрће са запада ка истоку. Брзина у односу на средиште Земље тачке на Земљиној површи која се налази на географској ширини  $\varphi$  дата је изразом

$$v_0 = \frac{2\pi R_{\oplus}}{P_0} \cos \varphi,$$

где је  $R_{\oplus}$  Земљин полупречник, а  $P_0$  период обртања Земље, или један звездани дан. За  $\varphi = 60^\circ$  је  $v_0 = 835 \text{ km h}^{-1}$ . Како се воз, па тако и наш путник, креће такође ка истоку, његова брзина у односу на средиште Земље  $v$  ће бити

$$v = v_0 + v' ,$$

тј.  $v = 895 \text{ km s}^{-1}$ . Пошто је  $v > v_0$ , трајање дана за овог путника  $P'$  ће бити краће, јер је

$$P' = \frac{2\pi R_{\oplus}}{v} \cos \varphi .$$

Решење је  $P' = 22^{\text{h}}23^{\text{m}}16^{\text{s}}$ . Због тога што је датум 21. март, тј. пролећна равнодневица, обданица траје у пола мање, тј.  $11^{\text{h}}11^{\text{m}}38^{\text{s}}$ .

2. Колика је брзина вештачког Земљиног сателита који се око ње креће по кружној орбити на висини од  $0,5 R_{\oplus}$  од њене површи ( $R_{\oplus}$  - полупречник Земље)? За које време овај сателит обиђе око Земље? Сматрај Земљу сфером.

**Решење.** На основу II Њутновог закона је:

$$-\frac{u_c^2}{r} = -\frac{GM_{\oplus}}{r^2} ; r \geq R_{\oplus} ,$$

где је:  $r$  растојање до средишта Земље,  $u_c$  кружна брзина за то растојање,  $G$  универзална константа гравитације и  $M_{\oplus}$  маса Земље. Одавде следи

$$u_c^2 = \frac{GM_{\oplus}}{r^2} . \quad (1)$$

Из релације (1) следи да је кружна брзина на растојању  $r = 1,5 R_{\oplus} \sqrt{1,5}$  мања од прве космичке брзине ( $r = R_{\oplus}$ ), дакле  $u_c = 6,46 \text{ km s}^{-1}$ . Период обиласка се може израчунати као количник пређеног пута и брзине. Пут је једнак обиму круга, тј.  $3\pi R_{\oplus}$ , те је онда период једнак  $9307 \text{ s}$ , или  $2^{\text{h}}35^{\text{m}}$ , што приближно износи  $0,11$  средњих Сунчевих дана. Осим тога, период се може одредити и на основу III Кеплеровог закона.

3. Угаони пречник збијеног звезданог јата удаљеног од нас 3 крс је  $\delta = 25'$ , а његова привидна величина  $m_v = 4,5$ . Сматрајући да се јато састоји од звезда сличних Сунцу равномерно распоређених унутар јата одреди запреминску концентрацију звезда (број звезда у јединици запремине) у јату. Сматрај да је јато сферног облика и занемари међузвездану екстинкцију.

**Решење.** С обзиром да је апсолутна величина Сунца  $M_{v\odot} = 4,82$  оно би на растојању  $d = 3$  крс изгледало као звезда привидне величине  $m_{v0}$ :

$$m_{v0} = M_{v\odot} + 5 \log d - 5 .$$

Следи  $m_{v0} = 17,2$  ( $d$  изражено у рс). Овој привидној величини одговара осветљеност  $E_0$ . Однос осветљености  $E/E_0$ , где је  $E$  осветљеност јата као целине, даје нам укупан број звезда у јату  $N$ , конкретно

$$\frac{E}{E_0} = N, \quad \log \frac{E}{E_0} = 0,4(m_{v0} - m_v) N \Rightarrow 10^{0,4(m_{v0} - m_v)}.$$

Следи  $N \approx 1,2 \times 10^5$ . С обзиром на то да су звезде равномерно распоређене и да јато има лоптаст облик, концентрација звезда  $n$  је дата изразом

$$n = \frac{N}{(4/3)\pi r^3},$$

где је  $r$  полупречник јата. Њега одређујемо из релације

$$r = \frac{1}{2} \frac{\delta}{206265} d;$$

јединице су: рс за  $d$  и  $r$ , и лучна секунда за  $\delta$ . Добија се  $r = 10,9$  рс. Онда је  $n \approx 22 \text{ рс}^{-3}$ .

4. Одреди галактичку паралаксу квазара на црвеном помаку  $z = 1$ . Галактичка паралакса је угао под којим се са квазара види полупречник Сунчеве путање  $R_{\odot}$  око средишта Млечног пута. Сматрај да је  $R_{\odot} = 8$  крс и да се растојање квазара одређује из Хабловог закона.

**Решење.** По аналогји са годишњом паралаксом галактичка паралакса ће бити дата изразом,

$$\pi_G = \frac{R_{\odot}}{d},$$

где је  $d$  растојање квазара које је, као што знамо, одређено из Хабловог закона:

$$d = \frac{v_{rad}}{H},$$

где је  $H$  Хаблова константа. Вредност дата за црвени помак сугерише употребу релативистичке формуле у циљу одређивања радијалне брзине  $v_{rad}$ . Следи

$$v_{rad} = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}.$$

Резултат је  $v_{rad} = (3/5)c \approx 1,8 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ . Следи  $d \approx 2570$  Мрс и даље да је  $\pi_G = 3 \times 10^{-6} \text{ rad} = 0,64''$ .