

I Питања

1. Избаци уљеза: Венера, Земља, Марс, Јупитер, Сатурн, Уран, Нептун. Објасни свој избор.

Одговор. Уљез је Венера – једино она нема ниједан природни сателит. (Прихватају се и други добро образложени одговори.)

2. На којим географским ширинама штап пободен вертикално у Земљу може да не баца сенку у право подне?

Одговор. Сенке нема када се Сунце налази у зениту, а оно може да буде у зениту само за посматраче унутар жарког појаса, тј. између јужног и северног повратника, $-\varepsilon \leq \varphi \leq \varepsilon$ (ε – нагиб еклиптике према екватору, $\varepsilon \approx 23,5^\circ$). Такође, могло би да се каже да штап неће бацати сенку током поларних ноћи, тј. северно и јужно од стожерника, $|\varphi| \geq 90 - \varepsilon$, иако је право подне (мада тада нема ни Сунца изнад хоризонта). Други део решења није неопходан да се добије пун број поена.

3. Шта су пулсари?

Одговор. Пулсари су неутронске звезде које се брзо обрћу ($0,033 \text{ s} < P < 4 \text{ s}$), веома су густе ($10^{12} \text{ kg m}^{-3} < \rho < 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$) и имају јако магнетно поље ($B \sim 10^8 \text{ T}$). Настају у експлозијама супернових или у тесним двојним звездама. Имају изузетно стабилне периоде пулсација – могу се поредити са атомским часовницима (10^{-8} s). Најлакше се детектују у радио-домени. Радио-зрачење потиче од електрона који се у јаком магнетном пољу пулсара убрзавају до релативистичких брзина и синхротронским механизмом зраче унутар својих купа. Са пуним бројем поена се прихвата и много сажетији одговор.

II Задаци

1. Колико се Сунце у твом месту највише подигне над хоризонтом у право подне, а колико најмање? Када се то дешава? А у близини екватора?

Решење. На подручју Србије Сунце увек кулминује јужно од зенита. За горњу кулминацију било ког небеског тела, па тако и Сунца, важи релација

$$h_{\odot} = 90 - \varphi + \delta_{\odot} ,$$

где је φ географска ширина места посматрања, δ деклинација и h висина (величине које се односе на Сунце обележене су одговарајућим знаком). Деклинација Сунца се налази у границама $-\varepsilon \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon$, где је ε угао између равни еклиптике и екватора (вид. константе). За Београд, на пр., географска ширина је $\varphi \approx 45^\circ$, па је

$$90 - \varphi - \varepsilon \leq h_{\odot} \leq 90 - \varphi + \varepsilon .$$

Дакле, с обзиром на вредност ε подневна висина Сунца се креће у границама од приближно $21,5^\circ$ до $68,5^\circ$. У Београду Сунце се највише подигне на дан дугодневице, око 22. јуна, а најмање на дан краткодневице, око 21. децембра (и не само у Београду, већ свугде у северном умереном појасу, размисли шта се дешава у жарком појасу, а шта у северном леденом).

Географска ширина екватора је 0° , па је

$$90 - 0 - \varepsilon \leq h_{\odot} \leq 90 - 0 + \varepsilon .$$

Дакле, границе су $66,5^\circ$ и $113,5^\circ$. Међутим, по дефиницији је: $h \in [0,90]$. Стога је правилан одговор за екватор $66,5^\circ \leq h \leq 90^\circ$, али горња кулминација Сунца може да се догоди и северно и јужно од зенита. На екватору Сунце је у право подне два пута годишње у зениту, када је $\delta_{\odot} = 0$, а то је у дане равнодневица. Уопште, у жарком појасу Сунчева горња кулминација може да се догоди и северно и јужно од зенита.

- Колико је времена прошло од конјункције до опозиције планете, ако се њена привидна величина смањила за 0,85? Која је то планета? Ексцентричност и нагиб орбите планете се занемарују, такође и ексцентричност Земљине орбите.

Решење. Осветљеност планете се мења услед промене њеног геоцентричног растојања. Осветљеност је обрнуто сразмерна квадрату геоцентричног растојања, а логаритам односа осветљености је сразмеран разлици привидних величина. Стога, следи

$$\log \frac{r_{max}}{r_{min}} = 0,2\Delta m .$$

Пошто је $\Delta m = 0,85$, највеће геоцентрично растојање (конјункција) биће 1,48 пута веће од најмањег (опозиција). Због занемаривања ексцентричности и нагиба екстремне вредности геоцентричног растојања су дате преко разлике тј. збира полупречника орбита. Пошто је реч о опозицији, планета је спољашња, тј. $a_p > a_{\oplus}$ (a ознака за полупречник орбите). Добија се следећа једначина по a_p

$$\frac{a_p + a_{\oplus}}{a_p - a_{\oplus}} = 1,48 ,$$

чије решење заокружено на једну децималу је $a_p = 5,2$ ај. У тренутку конјункције Земља и планета се налазе на различитим странама у односу на Сунце. Ако тада вредност положајног угла Земље ν (права аномалија) износи 0° , онда је одговарајући угао за планету 180° . У тренутку опозиције Земља и планета су са исте стране, па им је иста права аномалија. Због равномерног кружног кретања за планету важи $\nu - 180 = \omega_p t$, а за Земљу $\nu = \omega_{\oplus} t$, где су ω_p и ω_{\oplus} угаоне брзине планете и Земље, респективно, а t је тражено време. Однос угаоних брзина ω_{\oplus}/ω_p једнак је односу периода P_p/P_{\oplus} . Период обиласка планете налазимо из трећег Кеплеровог закона

$$\frac{a^3}{P^2} = \text{const} .$$

Следи да је период планете 11,858 година. На основу овог налазимо $\nu = 196,6^\circ$. Пропорција

$196,6 : 360 = t : 12$ даје нам време у месецима, $t = 6,65$ месеци. Подаци $a_p = 5,2$ ај и $P_p = 11,858$ година нам указују да је планета Јупитер.

3. Растојање до једне двојне звезде износи 10 рс. Привидна дужина велике полуосе за релативну орбиту (орбита једне компоненте око друге) је $\alpha = 2''$; период обиласка износи 70 година. Колике су појединачне масе компонената ако се зна да је масивнија компонента у сваком тренутку два пута ближа центру маса од мање масивне?

Решење. Из релације $a = \alpha s$, где је s хелиоцентрично растојање, за дужину велике полуосе добија се $a = 20a_j$. Применом трећег Кеплеровог закона у облику

$$\frac{a^3}{P^2} = \mathfrak{M} ,$$

где је \mathfrak{M} укупна маса, налази се $\mathfrak{M} = 8000/4900 = 1,63 \mathfrak{M}_\odot$. Пошто је $\mathfrak{M} = m_1 + m_2$, где се број 1 односи на масивнију звезду, која је увек два пута ближа центру маса, онда је $m_1 = 2m_2$. Следи $m_1 = 1,09 \mathfrak{M}_\odot$, $m_2 = 0,54 \mathfrak{M}_\odot$.

4. Спектрографска посматрања показују да се мерењем у спектру једног квазара за линију водоника H_β , чија је таласна дужина 486,1 nm, добија 542,1 nm. Измерена је и фотографска привидна величина тог квазара, $m_{ph} = 15,5$, док је за Сунце одговарајућа апсолутна величина $M_{ph\odot} = 5,36$. Угаони пречник квазара је $\delta = 0,03''$. Одреди радијалну брзину, удаљеност, линеарни пречник и спектралну (фотографску) луминозност квазара. За процену растојања до квазара r примени најједноставнији космолошки модел (затворена осцилујућа Васиона) према коме је $r = (c/H_0)[z/(1+z)]$, где је c брзина светлости, H_0 Хаблова константа и z црвени помак ($z = \Delta\lambda/\lambda$).

Решење. Разлика измерене и емитоване таласне дужине линије H_β је

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 56,0 \text{ nm} .$$

Онда је одговарајући црвени помак

$$z = \frac{56}{486,1} = 0,115 .$$

Добијена вредност за црвени помак сугерише употребу релативистичке формуле у циљу одређивања радијалне брзине v_{rad} квазара. Следи

$$v_{rad} = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} .$$

Резултат је $v_{rad} = 0,108c = 32.528 \text{ km s}^{-1}$. Пошто је формула за рачун растојања већ дата, наводи се само добијена вредност - $r = 442 \text{ Мрс}$. Даље следи за линеарни пречник квазара $D = 64,3 \text{ рс}$, јер је

$$D = r\delta ,$$

где је δ изражено у радијанима. Фотографску апсолутну величину добијамо применом Погсонове формуле

$$M_{ph} = m_{ph} + 5 - 5 \log r ,$$

где r треба изразити у рс, вредност је $M_{ph} = -22,7$. На крају уз помоћ разлике фотографских апсолутних величина налазимо фотографску луминозност квазара. Добија се $L_{ph} = 1,67 \times 10^{11} L_{ph\odot}$, јер је

$$\log \frac{L_{ph}}{L_{ph\odot}} = 0,4(M_{ph\odot} - M_{ph}) .$$

Напомена. Израз спектрална, конкретно фотографска, луминозност користи се овде јер, за разлику од уобичајеног појма луминозности, који се односи на цео спектар, ова се луминозност односи само на један део спектра, на онај покривен филтром за дату таласну дужину. Осим тога, овде у Погсонову формулу није унесена никаква поправка. Разлог је да је поправка за екстинкцију, по правилу, битна у галактичкој астрономији, а да би имало смисла примењивање поправке познате као K црвени помак би морао да буде далеко већи.

