РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ 2013

I Питања

1. Која звезда има већу луминозност црвени џин или бели патуљак?

Одговор. Црвени џин има већу луминозност, што се види на основу његовог положаја на Херцшпрунг-Раселовом (ХР) дијаграму. (Могућа су и друга објашњења.)

2. Због чега долази до смене годишњих доба?

Одговор. Због нагиба Земљиног екватора у односу на еклиптику.

3. Небеско тело обилази око много масивнијег тела и обрће се око своје осе, при чему:
   а) плимско трење није занемарљиво;
   б) важи закон одржања момента количине кретања (момента импулса).
   Који момент количине кретања се одржава?

Одговор. За дато небеско тело имамо и транслацију и ротацију; за обе се може дефинисати момент количине кретања. Због плимског трења ова два момента количине кретања се мењају и нису међусобно независна, константан је само њихов збир. Треба напоменути да је сабирање векторско јер се ради о векторима.

II Задаци

1. На данашњи дан (датум такмичења) звезда је изашла у 2 часа и 48 минута по средњем Сунчевом времену. Када (час и минут) ће она изаћи на дан дугодневице?

Решење. Први начин. Небеска сфера се привидно окрене око Земље за 1 звездани дан који траје $23^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}$, тј. толико траје и привидно обилажење звезда пројектованих на небеску сферу око Земље. Због кретања Земље око Сунца потребно је да прође још 4 минута да би Земља дошла у исти положај према Сунцу. Овај перод се зове синодички дан и траје 24^{h}. Због тога што је звездани дан краћи за 4 минута од синодичког, звезда ће кроз 42 дана, колико има од 11. маја до 22. јуна (дугодневица), изаћи $42 \cdot 4 = 168$ минута раније, тј. тачно у поноћ.
Други начин. Између 11. маја (датум такмичења) и 22. јуна (дугодневица) размак износи 42 дана. Њега треба упоредити са размаком од 365,2422 дана (синодичка) колико траје тропска година, јер се за време тог размака Сунчева ректасцензија промени за 24 часа. Следи пропорција

$$42 : 365{,}2422 = x : 24\,,$$

где је x тражена вредност изражена у часовима. Решење износи 2,75981 часова или 2 часа и 45,59 (≈ 46) минута. Пошто се Сунчево привидно годишње кретање око Земље догађа у смеру супротном од привидног обртања небеске сфере, дата звезда ће 22. јуна изаћи за толико раније по средњем Сунчевом времену, тј. два минута после поноћи. Напомиње се да се овде под речју дан подразумева средњи Сунчев дан (синодички дан).

2. Ако знамо да је нагиб Месечеве путање у односу на еклиптику $i = 5°9'$, колико Месец може највише да се попне изнад хоризонта Београда? У које годишње доба би ова појава могла најбоље да се посматра?

Решење. Најбољи услови за посматрање су за време фазе пуног месеца јер се тада Месечева горња кулминација догађа у поноћ. Као што је познато, у горњој кулминацији висина (изнад хоризонта) небеског дата је изразом

$$h_{uc} = 90 - \varphi + \delta \ ,$$

где је δ деклинација небеског тела, а φ географска ширина места посматрања. Највећа вредност Месечеве деклинације је $\varepsilon + i$, где је ε нагиб еклиптике према екватору. Када је пун месец, Месец се налази на небу тачно насупрот Сунцу, а због мале вредности нагиба i, најбољи услов ће бити ако је Сунчева деклинација најмања. Закључак је око краткодневице. По датој формули, с обзиром на вредности ($\varepsilon = 23°26'$, $\varphi = 44°48'$), следи $h_{uc} = 73°47'$. Овај закључак се може још образложити уз помоћ формуле за налажење деклинације из познатих еклиптичких координата. Она гласи

$$\sin\delta = \cos\varepsilon \sin\beta + \sin\varepsilon \cos\beta \sin\lambda \ .$$

За време пуног месеца лонгитуда λ Сунца и Месеца се разликују за 180°, а ако је још краткодневица Месечева лонгитуда ће бити 90°, јер је Сунчева 270°. Следи да тада за Месечеву деклинацију важи:

$$\sin\delta = \cos\varepsilon \sin\beta + \sin\varepsilon \cos\beta = \sin(\beta + \varepsilon) \ .$$

3. Дата је двојна звезда чија сјајнија компонента има привидну величину 6,0. Привидна величина за цео систем је измерена два пута; једном је добијено 5,0, а други пут 5,3. Накнадно је установљено да је била омашка (груба грешка) код једног од ова два мерења и да га зато треба одбацити. Које мерење је у питању?

Решење. Треба установити границе за привидну величину двојне звезде. Крајности су: а) да је осветљеност слабије компоненте занемарљива, и б) да су обе компоненте исте осветљености. Ако је осветљеност сјајније компоненте E_1, онда је, у случају а), толика и осветљеност система, а у случају б) је осветљеност система једнака $2E_1$. Пошто је привидна величина мера осветљености, следи да је горња граница за привидну величину целог система једнака 6,0, а доња се добија из познате релације

$$\log 2 = 0{,}4(m_1 - m_t) \ ,$$

где је m_1 привидна величина сјајније компоненте, а m_t привидна величина система као целине. Пошто је $\log 2 = 0{,}3$, из дате вредности $m_1 = 6{,}0$ следи решење $m_t = 5{,}25$. То је доња граница, дакле привидна величина ове двојне звезде се налази у распону од 5,25 до 6,0. Самим тим вредност од 5,0 је добијена омашком.

4. Претпоставимо да се звезда Алтаир (α Aquilae) у односу на Сунце креће равномерно праволинијски. Колико пута и када ће се догодити да се његова привидна величина од садашње разликује за 1? Радијална брзина Алтаира је $v_{rad} = -26{,}1\ \mathrm{km\ s^{-1}}$; компоненте сопственог кретања су по ректасцензији $\mu_\alpha \cos\delta = 0{,}03575^{\mathrm{s}}$ годишње, по деклинацији $\mu_\delta = 0{,}3853''$ годишње, а садашње растојање му је 5,13 pc.

Решење. Означимо садашњу привидну величину Алтаира са m_0, а растојање са s_0. За растојање s на коме се привидна величина разликује од садашње за 1 важи

$$s = s_0 10^{\pm 0{,}2} ,$$

јер се апсолутна величина не мења, а међузвездана екстинкција занемарује. Добијају се две вредности $s_1 = 0{,}631\ s_0$ и $s_2 = 1{,}585\ s_0$. Пошто је радијална брзина негативна, Алтаир се приближава Сунцу. Поставља се питање може ли довољно да се приближи да буде на 0,631 од садашњег растојања. Због праволинијског кретања потребан је угао између вектора брзине и вектора положаја, у ознаци ϑ. За њега важи

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{v_t}{|v_{rad}|} ,$$

где је v_t тангенцијална брзина одређена изразом

$$v_t = 4{,}74 s\sqrt{(\mu_\alpha \cos\delta)^2 + {\mu_\delta}^2} .$$

Налазимо $\vartheta = 31{,}6°$.

Пошто се растојање Алтаира смањује, најпре се одређује минимално растојање s_{min} из услова да је угао код Алтаира прав помоћу синусне теореме:

$$s_{min} = s_0 \sin\vartheta .$$

Резултат је $s_{min} = 0{,}524 s_0$, мање од s_1. Следи да ће се Алтаир на растојању s_1 наћи два пута, једном пре и једном после минимума растојања. Применом тригонометрије на троуглове чија је једна страница садашње растојање Алтаира, друга растојање s_1 или s_2 добијају се одговарајући путови које је прешао Алтаир. Оваквих троуглова има три, прва два имају исту страницу s_1, али са суплементним угловима код Алтаира. Пређени путови износе: 0,5 s_0, 1,2 s_0 и 2,34 s_0 (2,56 pc, 6,16 pc, 12,0 pc) . Због равномерног праволинијског кретања брзином од 30,643 km s^{-1} одговарајућа времена су: 0,8, 1,9 3,7 (јединица 10^5 година). Вредност од 30,643 km s^{-1} је просторна брзина која се добија применом Питагорине теореме са катетама v_t и $|v_{rad}|$. С обзиром на чињеницу да се Алтаир налази веома близу Сунца (упореди 5,13 pc са 8500 pc, уобичајеном вредношћу растојања Сунца од средишта Млечног пута) и да се креће слично Сунцу (упореди 30,643 km s^{-1} са 220 km s^{-1}, уобичајеном вредношћу за кружно кретање око средишта Млечног пута за поменуто растојање) може се и за њега прихватити приближно кружно кретање око средишта Млечног пута. Са вредностима датим у загради период тог кретања износи око 230 милиона година. Добијена времена су много мања од ове вредности, стога претпоставка о равномерном праволинијском кретању ипак има смисла.